

γ 射线发射几率及其不确定度*

黄小龙¹ 于伟翔¹ 卢涵林¹ 周春梅¹ 吴振东¹ 霍俊德²

1 (中国原子能科学研究院 中国核数据中心 北京 102413)

2 (吉林大学物理系 长春 130023)

摘要 详细介绍了 γ 射线绝对强度的各种计算方法,重点分析了 γ 射线绝对强度的不确定度,并给出了其不确定度的相关计算公式.对影响 γ 射线绝对强度不确定度的因素做了详细讨论,首次明确了不确定度计算过程中的“误差二次计算”、“ $I_\gamma = 100$ ”等问题.

关键词 核衰变 γ 射线 发射几率 不确定度

1 引言

γ 射线绝对强度又叫 γ 射线发射几率,常用 P_γ 表示,是指母核 100 次衰变的 γ 射线发射几率.它是一种非常重要的基础核数据,在核科学基础研究和核工程应用中有广泛影响,具有极其重要意义,因此,推荐精确的 P_γ 及其不确定度是非常必要的.

为了得到 γ 射线绝对强度,实验上需要优秀的探测系统与先进的测量技术,对短寿命和具有几种衰变方式(如某一放射性核素同时有 β^- 和轨道电子俘获 ϵ 衰变)的放射性核素而言,实验测量的困难就更大一些;除此之外,源的纯度也是非常重要的,例如, β^- 衰变的放射性核素,若样品中有其它的化学或同位素成份,则在测量的 β 谱中就很难扣除这些杂质.因此,在放射性核素衰变数据测量中,多数情况下进行的是 γ 射线相对强度的测量,而 γ 射线绝对强度通常是由核衰变数据评价者给出.

在核衰变数据评价中,评价者根据实验测量的 γ 射线相对强度和该放射性核素的衰变纲图,通过数据分析与评价(有时还要作一些假设)给出对应 γ 射线相对强度的归一化因子 N ,利用该归一化因子就可以得到所需 γ 射线的绝对强度.这种方法就是通常所说的纲图平衡法.由这种方法得到的 γ 射线绝对强度,其准确度不仅取决于所选用的 γ 射线相

对强度,而且也取决于衰变纲图或有关假设,因此,对这种 γ 射线的绝对强度 P_γ ,合理地估算其不确定度就显得非常重要,也非常必要.

2 基本计算公式

考虑某放射性核素,设该放射性核素的衰变分支比为 B (若该放射性核素只有一种衰变方式,则 $B = 100$),由母核直接衰变至子核基态的衰变强度为 g ,则第 1 条 γ 射线的绝对强度为

$$P_{\gamma_1}(\%) = N \cdot I_1 = \frac{(B - g)I_1}{\sum_j T_j} = \frac{I_1}{\sum_j \frac{1}{(B - g)} T_j}, \quad (1)$$

$$T_j = I_j(1 + \alpha_j). \quad (2)$$

式中 α_j 是第 j 条 γ 射线的内转换系数, I_j 为对应的 γ 射线相对强度,求和是对该衰变模式下所有衰变到基态的 γ 射线.特别地,当 $I_1 = 1$ 时,(1)式就变成通常归一化因子 N 的计算公式.

第 1 条 γ 射线绝对强度的不确定度为 $dP_{\gamma_1}(\%)$,其相对值为 $dP_{\gamma_1}(\%)/P_{\gamma_1}(\%)$,根据误差传递公式,将 $dP_{\gamma_1}(\%)/P_{\gamma_1}(\%)$ 按泰勒级数展开,并取其第一项,则

$$\frac{dP_{\gamma_i}(\%)}{P_{\gamma_i}(\%)} =$$

$$\sqrt{A_i + B_i \cdot \left(\frac{dI_i}{I_i}\right)^2 + C_i + \left(\frac{dB}{B-g}\right)^2 + \left(\frac{dg}{B-g}\right)^2}, \quad (3)$$

$$A_i = \frac{\sum_j dT_j^2(1 - \delta_{ji})}{\left(\sum_j T_j\right)^2}, \quad (4)$$

$$B_i = \frac{\left(\sum_j T_j(1 - \delta_{ji})\right)^2}{\left(\sum_j T_j\right)^2}, \quad (5)$$

$$C_i = \left(\frac{\sum_j d\alpha_j \delta_{ji}}{\sum_j T_j} I_i\right)^2. \quad (6)$$

式中 δ_{ji} 为 δ 符号。

公式(1)和(3)是计算 γ 射线绝对强度及其不确定度的基本公式,若已知归一化因子 N (例如通过绝对测量可以得到 N),这时相应的计算公式可简化为

$$P_{\gamma_i}(\%) = N \cdot B \cdot I_i, \quad (7)$$

$$\frac{dP_{\gamma_i}(\%)}{P_{\gamma_i}(\%)} = \sqrt{\frac{dN^2}{N^2} + \frac{dB^2}{B^2} + \frac{d(I_i)^2}{(I_i)^2}}. \quad (8)$$

在特别情况下,若该放射性核素只有一种衰变,此时 $B = 100$,相应地

$$P_{\gamma_i}(\%) = N \cdot I_i, \quad (9)$$

$$\frac{dP_{\gamma_i}(\%)}{P_{\gamma_i}(\%)} = \sqrt{\frac{dN^2}{N^2} + \frac{d(I_i)^2}{(I_i)^2}}. \quad (10)$$

3 应用

大多数情况下, γ 射线绝对强度 P_{γ} 需要通过计算才能得到(绝对测量除外),此时,就必须先计算出归一化因子 N . 以前用归一化因子 N 计算 γ 射线绝对强度时,对参加计算归一化因子 N 的那些 γ 射线,其相对强度的不确定度都被加以考虑,其结果是该 γ 射线绝对强度的不确定度被估算大了,即所谓的“误差二次计算”,因此在计算归一化因子 N 时,其相对强度的不确定度已被使用过一次. 从(3)式可以看出,在整个计算过程中,该 γ 射线相对强度的不确定度只被计算了一次,因此, γ 射线绝对强度的不确定度采用(3)式计算才算合理,而不能像以前那样先计算出归一化因子 N 再通过 N 计算出 γ 射线绝对强度的不确定度,即采用(7)–(10)式. (7)–(10)式只适合于绝对测量或已用其他方法已先计算出归一化因子 N .

归一化因子 N 的计算通常采用纲图平衡法,这种方法依赖于核衰变纲图或有关假设,不同情况下有不同的计算方法,相应地, γ 射线绝对强度不确定度的计算也会有不同的估算方法,下面以具体例子分别加以讨论.

3.1 只有一条 γ 射线跃迁至基态并且 I_{β^-} (基态) = 0

在某些特殊情况下,母核只有一条 γ 射线跃迁至子核基态,并且 I_{β^-} (基态) = 0,同时,该 γ 射线能量较高,相应地其内转换系数极小,此时,可以近似认为 $P_{\gamma} = 100$,其不确定度为零. 例如 $^{52}\text{Mn}\epsilon$ 衰变

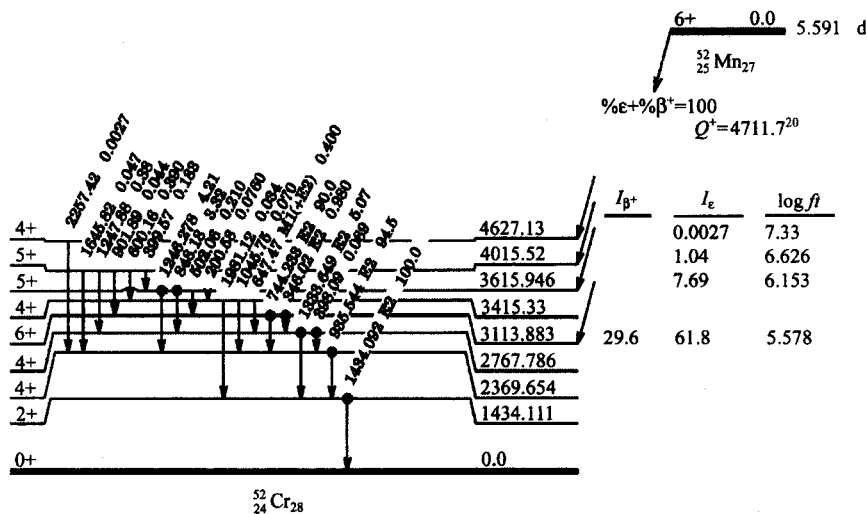


图 1 $^{52}\text{Mn}\epsilon$ 衰变纲图

(见图 1).

考虑 $\gamma(1434.092\text{keV})$ 射线, 只有一条 γ 射线跃迁至基态, 内转换系数 $\alpha = 7.8 \times 10^{-5}$, 极小, 可以忽略不计, I_{β^-} (基态) = 0, 即 $g = 0$, 同时, 只有一种衰变方式, 衰变分支比 $B = 100$, 此时推荐数据的不确定度很小, 可以看作零, 因此, 本工作评价推荐 $P_{\gamma}(1434.092\text{keV}) = 100$. 表 1 给出了本工作与 NDS^[1] 的比较.

表 1 本评价推荐 ^{52}Mn ϵ 衰变的主要 P_{γ} 与 NDS 的比较

辐射类型	本评价	NDS ^[1]
$P_{\gamma}(1434.092\text{keV})$	100	100 ± 0.6

3.2 γ 射线强度平衡法

γ 射线强度平衡法就是根据公式(1)和(3)对 γ 射线绝对强度及其不确定度进行计算, 其基本思想是 $N \cdot \sum I(\gamma + ce)$ (至基态) + I_{β^-} (基态) = 100 (ce 表示内转换电子), 实际过程中大体可分为 3 种情况: I_{β^-} (基态) = 0, I_{β^-} (基态) $\neq 0$ 和 I_{β^-} (基态) 不确定, 下面以实例分别作一简单介绍.

(1) I_{β^-} (基态) = 0

以 ^{85m}Kr 衰变为例 (见图 2), ^{85m}Kr 有两种衰变, 即 IT 和 β^- 衰变. 考虑 β^- 衰变, 衰变分支比 $B = 78.6 \pm 0.4$, β^- 跃迁至 ^{85}Rb 的基态是二级禁戒跃迁, I_{β^-} (基态) $\leq 2.5 \times 10^{-6}$, 可以近似认为 I_{β^-} (基态) = 0, 即 $g = 0$, 跃迁至基态的所有 γ 射线列于表 2.

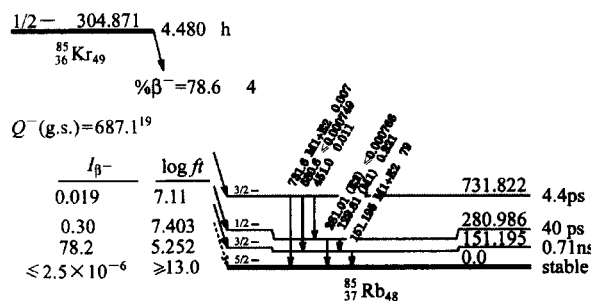


图 2 ^{85m}Kr β^- 衰变纲图

表 2 ^{85m}Kr β^- 衰变跃迁至基态所有 γ 射线的相关数据表^[2]

能量 E_{γ}/keV	相对强度 I_{γ}	多极性与内转换系数 α	跃迁强度 T ($= I_{\gamma} \cdot (1 + \alpha)$)
151.195	1000	M1 + E2, $\alpha = 0.0489 \pm 0.0009$	1048.9 ± 0.9
281.01	≤ 0.01	(E2), $\alpha = 0.0231 \pm 0.0007$	≤ 0.01
731.6	0.10 ± 0.04	M1 + E2, $\alpha = 0.00106 \pm 0.00001$	0.10 ± 0.04

考虑主要 γ 射线, 根据公式(1), $P_{\gamma}(151.195\text{keV}) = 74.9$, 根据(3)式, $dP_{\gamma}(151.195\text{keV}) = 0.4$, 因此,

本工作评价推荐的 $P_{\gamma}(151.195\text{keV}) = 74.9 \pm 0.4$, 该误差主要来自衰变分支比 B 的误差. 表 3 给出了本工作与 NDS^[3] 的比较, 在 NDS 评价中, 除了衰变分支比的误差外, 作者还考虑了 $\gamma(151.195\text{keV})$ 射线相对强度的误差 (即 1000 ± 5), 我们认为, 实验上作为其他 γ 射线相对强度归一用的 γ 射线, 其相对强度 (通常被指定为 100) 不带误差才算合理的, 这就是通常所说的“ $I_{\gamma} = 100$ ”问题.

表 3 本评价推荐 ^{85m}Kr β^- 衰变的主要 P_{γ} 与 NDS 的比较

辐射类型	本评价	NDS ^[3]
$P_{\gamma}(151.195\text{keV})$	74.9 ± 0.4	75 ± 5

(2) I_{β^-} (基态) $\neq 0$

以 ^{197}Pt β^- 衰变为例 (见图 3), 该衰变只有一种衰变, 衰变分支比 $B = 100$, β^- 跃迁至 ^{197}Au 基态的强度根据实验测量 I_{β^-} (基态) = 10.6 ± 2.8 ^[4], 因此, $g = 10.6 \pm 2.8$, 跃迁至基态的所有 γ 射线列于表 4.

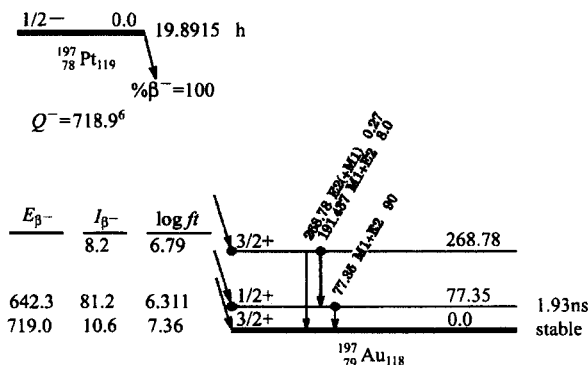


图 3 ^{197}Pt β^- 衰变纲图

表 4 ^{197}Pt β^- 衰变跃迁至基态所有 γ 射线的相关数据表^[5]

能量 E_{γ}/keV	相对强度 I_{γ}	多极性与内转换系数 α	跃迁强度 T ($= I_{\gamma} \cdot (1 + \alpha)$)
77.35	465 ± 45	M1 + E2, $\alpha = 4.24 \pm 0.07$	2436.6 ± 238.0
191.437	100	M1 + E2, $\alpha = 1.17 \pm 0.04$	217 ± 4
268.78	6.3 ± 0.6	E2 + (M1), $\alpha = 0.157 \pm 0.013$	7.3 ± 0.7

根据公式(1)和(3), 表 4 中 3 条 γ 射线的发射几率 P_{γ} 及其不确定度计算如下:

$$P_{\gamma}(77.35\text{keV}) = (100 - 10.6) \cdot 465 / (2436.6 + 7.3) = 17.01, \quad (11)$$

$$dP_{\gamma}(77.35\text{keV}) / P_{\gamma}(77.35\text{keV}) = [A + B \cdot (45/465)^2 + C + 0^2 / (100 - 10.6)^2 + 2.8^2 / (100 - 10.6)^2]^{1/2} = [0.7^2 / 2443.9^2 + 7.3^2 / 2443.9^2 \cdot 45^2 / 465^2 + (0.07 \cdot 465 / 2443.9)^2 +$$

$$0 + 2.8^2/89.4^2]^{1/2} = 0.03. \quad (12)$$

因此, $P_\gamma(151.195\text{keV}) = 17.0 \pm 0.5$,

$$P_\gamma(191.437\text{keV}) = (100 - 10.6) \cdot 100/(2436.6 + 7.3) = 3.66, \quad (13)$$

$$dP_\gamma(191.437\text{keV})/P_\gamma(191.437\text{keV}) = [A + B \cdot (0/100)^2 + C + 0^2/(100 - 10.6)^2 + 2.8^2/(100 - 10.6)^2]^{1/2} = [(0.7^2 + 238^2)/2443.9^2 + 1 \cdot 0 + 0 + 0 + 2.8^2/89.4^2]^{1/2} = 0.10. \quad (14)$$

因此, $P_\gamma(151.195\text{keV}) = 3.7 \pm 0.4$,

$$P_\gamma(268.78\text{keV}) = (100 - 10.6) \cdot 6.3/(2436.6 + 7.3) = 0.23, \quad (15)$$

$$dP_\gamma(268.78\text{keV})/P_\gamma(268.78\text{keV}) = [A + B \cdot (0.6/6.3)^2 + C + 0^2/(100 - 10.6)^2 + 2.8^2/(100 - 10.6)^2]^{1/2} = [238^2/2443.9^2 + 2436.6^2/2443.9^2 \cdot 0.6^2/6.3^2 + (0.013 \cdot 6.3/2443.9)^2 + 0 + 2.8^2/89.4^2]^{1/2} = 0.14. \quad (16)$$

因此, $P_\gamma(151.195\text{keV}) = 0.23 \pm 0.03$.

表 5 给出了本工作与 NDS^[5] 的比较. 从表中可看出, 考虑“误差二次计算”问题后, $P_\gamma(77.35\text{keV})$ 的不确定度有了较大降低, 因为在 NDS 评价中, $P_\gamma(77.35\text{keV})$ 相对强度的误差被计算了两次, 一次是在归一化因子 N 的计算过程中, 另一次则是在用归一化因子 N 计算其 γ 射线的发射几率过程中.

表 5 本评价推荐¹⁹⁷Pt β^- 衰变的主要 P_γ 与 NDS 的比较

辐射类型	本评价	NDS ^[5]
$P_\gamma(77.35\text{keV})$	17.0 ± 0.5	17.0 ± 2.4
$P_\gamma(191.437\text{keV})$	3.7 ± 0.4	3.7 ± 0.4
$P_\gamma(268.78\text{keV})$	0.23 ± 0.03	0.23 ± 0.04

(3) I_{β^-} (基态) 不确定

在某些特殊情况下, 实验测量只能确定母核直接衰变至子核基态的衰变强度上限; 或有时没有给出其具体数值, 此时, 只能根据核结构知识综合估算其上限值, 所有这些都属于 I_{β^-} (基态) 不确定情形.

以⁸⁵Sr ϵ 衰变为例(见图 4), 该衰变只有一种衰变, 衰变分支比 $B = 100$. 实验没有给出 ϵ 跃迁至⁸⁵Rb 基态的衰变强度, 由核结构知识容易断定, 母核直接跃迁至子核基态是一级容许跃迁, 根据 $\log ft$ 值可以推出 I_{ϵ} (基态) < 8 , 实际计算过程中常取 4 ± 4 , 即 $g = 4 \pm 4$, 跃迁至基态的所有 γ 射线列于表 6.

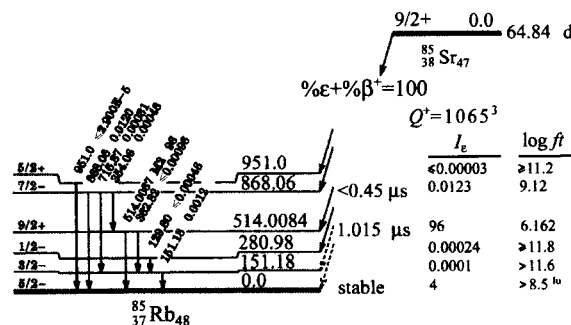


图 4 ⁸⁵Sr ϵ 衰变纲图

表 6 ⁸⁵Sr ϵ 衰变跃迁至基态所有 γ 射线的相关数据表^[2]

能量 E_γ/keV	相对强度 I_γ	多极性与内转换系数 α	跃迁强度 T ($= I_\gamma \cdot (1 + \alpha)$)
151.18	0.012 ± 0.009		0.012 ± 0.009
514.0067	997	M2, $\alpha = 0.00724 \pm 0.00020$	1004.2 ± 0.2
868.06	0.125 ± 0.005		0.125 ± 0.005
951.0	< 0.0003		< 0.0003

根据公式(1)和(3), 主要 γ 射线的发射几率 P_γ 及其不确定度计算如下:

$$P_\gamma(514.0067\text{keV}) = (100 - 4) \cdot 997/(0.012 + 1004.2 + 0.125) = 95.30, \quad (17)$$

$$dP_\gamma(514.0067\text{keV})/P_\gamma(514.0067\text{keV}) = [A + B \cdot (0/997)^2 + C + 0^2/(100 - 4)^2 + 4^2/(100 - 4)^2]^{1/2} = [(0.009^2 + 0.005^2)/1004.337^2 + (0.012^2 + 0.125^2)/1004.337^2 \cdot 0^2/997^2 + (0.0002 \cdot 997/1004.337)^2 + 0 + 4^2/96^2]^{1/2} = 0.04. \quad (18)$$

因此, $P_\gamma(514.0067\text{keV}) = 95.3 \pm 3.8$.

表 7 给出了本工作与 NDS^[3] 的比较. 从表中可看出, 本评价推荐的误差与 NDS 很接近, 误差的主要来源是母核直接跃迁至子核基态强度的误差, 即假定的 I_{ϵ} (基态) $= 4 \pm 4$.

表 7 本评价推荐⁸⁵Sr ϵ 衰变的主要 P_γ 与 NDS 的比较

辐射类型	本评价	NDS ^[3]
$P_\gamma(514.0067\text{keV})$	95.3 ± 3.8	96 ± 4

3.3 湮没电子法

利用实验测量的由 β^+ 湮没辐射产生的 511keV γ 射线的强度, 结合理论计算的 β^+ 与轨道电子俘获之比, 来推算出归一化因子 N , 进而计算出所需的 γ 射线绝对强度, 这种方法就叫湮没电子法. 下面以

^{43}Sc ϵ 衰变为例(见图 5)做一简单介绍.

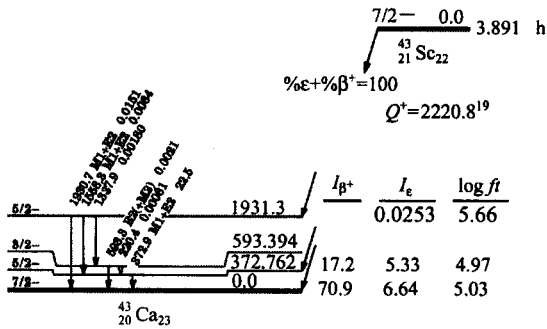


图 5 ^{43}Sc ϵ 衰变纲图

根据 K. C. Young^[6] 等人的工作, $I_\gamma(511\text{keV}) = 783 \pm 24$, 再根据理论计算的 β^+ 与轨道电子俘获之比 $P_{\beta^+}/P_{e^+\beta^+} = 0.881 \pm 0.008$, 容易算出归一化因子 N :

$$N = [2 \cdot 100 \cdot (P_{\beta^+}/P_{e^+\beta^+})/I_\gamma(511\text{keV})] = 0.225 \pm 0.007. \quad (19)$$

考虑 $\gamma(372.9\text{keV})$ 射线, $I_\gamma(372.9\text{keV}) = 100$, 该衰变只有一种衰变, 衰变分支比 $B = 100$, 根据(9)和(10)式, 容易得到,

$$P_\gamma(372.9\text{keV}) = 22.5 \pm 0.7.$$

该结果与 NDS^[7] 的评价推荐完全一致. 在 NDS 评价中, 作为归一用的 $\gamma(372.9\text{keV})$ 射线相对强度 $I_\gamma = 100$, 没有误差, 即注意了“ $I_\gamma = 100$ ”问题. γ 射线发射几率的不确定度主要来自归一化因子 N 的不确定度.

3.4 X 射线法

若 γ 射线的强度均为相对强度, 没有绝对测量值, I_{β^-} (基态) 或 I_e (基态) 由于强度不容易测量也没有实验测量值, 但给出了 X 射线的强度. 内转换电子和电子俘获都可以放出 X 射线, 因此可以采用 X 射线法来给出归一化因子 N , 进而用 N 计算出 γ 射线的绝对强度及其不确定度. 下面以 ^{174}Lu ϵ 衰变为例(见图 6)作一简单介绍.

根据 S. K. Vasilev^[8] 等人的工作, $I_{\text{XK}} = 1615.4 \pm 18.2$, 由理论计算的 $I_{eK} = 78.0 \pm 4.8$ 和 $I_{\beta^-K} = 187.3 \pm 10.2$, 容易算出归一化因子 N :

$$N = 0.0514 \pm 0.0032. \quad (20)$$

考虑 $\gamma(76.468\text{keV})$ 和 $\gamma(1241.847\text{keV})$ 两条 γ 射线, $I_\gamma(76.468\text{keV}) = 115.3 \pm 5.2$, $I_\gamma(1241.847\text{keV}) =$

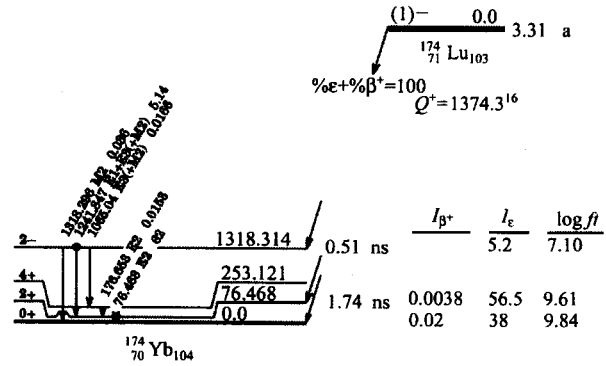


图 6 ^{174}Lu ϵ 衰变纲图

100, 该衰变只有一种衰变, 衰变分支比 $B = 100$, 根据(9)和(10)式, 容易得到,

$$P_\gamma(76.468\text{keV}) = 5.93 \pm 0.46,$$

$$P_\gamma(1241.847\text{keV}) = 5.14 \pm 0.32.$$

表 8 给出了本工作与 NDS^[9] 的比较. 从表中可看出, 本评价推荐的不确定度与 NDS 相差较大, 本工作的不确定度主要来源于理论计算的 I_{eK} , KX 射线相对强度及内转换电子强度等的误差.

表 8 本评价推荐 ^{174}Lu ϵ 衰变的主要 P_γ 与 NDS 的比较

辐射类型	本评价	NDS ^[9]
$P_\gamma(76.468\text{keV})$	5.93 ± 0.46	5.9 ± 0.3
$P_\gamma(1241.847\text{keV})$	5.14 ± 0.32	5.14 ± 0.13

4 结束语

本文详细介绍了 γ 射线绝对强度的各种计算方法, 重点分析了 γ 射线绝对强度的不确定度, 并给出了其不确定度的相关计算公式. 大多数情况下, γ 射线绝对强度需要通过计算才能得到, 即根据实验测量的 γ 射线相对强度和该放射性核素的衰变纲图, 利用纲图平衡法, 计算出所需 γ 射线的绝对强度. 这种方法依赖于 γ 射线相对强度、衰变纲图及有关假设, 因此, 应当合理地估算其不确定度.

由前面的计算公式及相关实例可以看出, 影响 γ 射线绝对强度不确定度的因素很多, 本文就此详细讨论了 γ 射线绝对强度不确定度的估算问题, 对影响不确定度的有关因素做了详细介绍, 首次明确了不确定度计算过程中的“误差二次计算”、“ $I_\gamma = 100$ ”等问题, 以期引起核数据工作者的高度重视.

参考文献 (References)

- 1 HUO Jun-De. Nuclear Data Sheets, 2000, **90**:1—98
- 2 Meyer R A et al. Phys. Rev., 1980, **C21**:2590—2595
- 3 Sievers H. Nuclear Data Sheets, 1991, **62**:271—326
- 4 Prieels R, Deutsch J P. Nucl. Phys., 1971, **A167**:667—671
- 5 ZHOU Chun-Mei. Nuclear Data Sheets, 1995, **76**:399—476
- 6 Young K C et al. Phys. Rev., 1975, **C12**:567—573
- 7 Cameron J A et al. Nuclear Data Sheets, 2001, **92**:783—869
- 8 Vasilev S K et al. Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz., 1987, **51**:1898—1907
- 9 Browne E et al. Nuclear Data Sheets, 1999, **87**:15—139

Calculation the Absolute γ -Ray Intensities and Their Uncertainties*

HUANG Xiao-Long¹ YU Wei-Xiang¹ LU Han-Lin¹ ZHOU Chun-Mei¹
WU Zhen-Dong¹ HUO Jun-De²

1 (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

2 (Department of Physics, Jilin University, Changchun 130023, China)

Abstract Several methods for calculating absolute γ -ray intensities and their uncertainties are introduced briefly. Some factors which affect the uncertainties of absolute γ -ray intensities are discussed in detail. The problem about “error double counting” and “ $I_\gamma = 100$ ” are discussed for the first time. As an example the application is also given through nuclear decay processes.

Key words γ -ray, absolute γ -ray intensities, uncertainties, calculation, nuclear decay