

关于软玻密子的结构^{*}

彭宏安¹ 邢秀文² 刘连寿^{2;1)}

1 (北京大学理论物理研究所 北京 100871)

2 (华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 文中修改了 Landshoff-Nachtmann 的软玻密子(Pomeron \mathbb{P})场论模型. 从强子组分夸克具有结构的观点出发, 根据高能强作用软过程中的最大非微扰强作用反应假定, 提出了有关软 \mathbb{P} 新的结构图像. 对撞强子中的一对组分夸克被分解为裸夸克和一系列非微扰胶子(和夸克对). 与此相应, 软 \mathbb{P} 的结构是由胶子形成的一系列切割梯形图之和所代表. 在系统能量 s 很大而动量转移 $|t|$ 很小的多重雷吉(Regge)运动学区间, 并在保留 $\ln s$ 的领头阶近似下, 计算了这组切割梯形图之和所对应的散射振幅和总截面. 它们的表达式出现了对 s 的 Regge 型幂次因子, 得出了软 \mathbb{P} 轨迹的简洁表达式. 简单说明了按本文提出的方案可以讨论那些相关的强作用过程.

关键词 玻密子 非微扰量子色动力学 梯形图

1 引言

Regge 极点理论和高强软过程的实验结果都显示了带有真空量子数的实体软 \mathbb{P} 的重要地位和特殊地位^[1]. 当强作用系统的 s 大而动量转移 $|t|$ 小(一般指 $|t|$ 或者典型的横动量 q^2 小于 2GeV^2)时, 任何过程中只要允许有软 \mathbb{P} 交换, 考虑它的贡献项就得到满意的结果, 因为它的贡献随 s 的增大就渐进地饱和了相应的么正性条件. 因此, 关于软 \mathbb{P} 的结构, 特别是如何从量子色动力学(QCD)来理解就成为一个极其重要的问题. 虽经人们长期研究, 但迄今为止, 未能从 QCD 方面对此问题取得实质性的进展. 尽管用微扰 QCD 得出了 BFKL 方程和相应的硬 \mathbb{P} ($|t|$ 或者典型 q^2 大于 2GeV^2)的结构^[2], 并在讨论 $e-p$ 深度非弹小 x 处的行为和关于强子间的硬衍射过程都取得了满意的结果, 却不能将有关结果用来讨论高强软过程, 因为后者主要是非微扰作用, 而且由 BFKL 方程得到的有关硬 \mathbb{P} 的许多性质在定性上也与软过程唯象学得出的结论不相容^[3].

Landshoff 和 Nachtmann(L-N)在分析了高强软过程唯象学上的特点并结合了 QCD 作为非阿贝尔(Non-Abelian)规范场论的主要特征后, 提出了胶子带自作用的色单态的阿贝尔(Abelian)规范场论^[4]. 文章一方面依据强子散射总截面的由实验得出的夸克相加率^[5], 论证了误差小于百分之十范围内, 高能强子朝前($t \simeq 0$)弹性散射(从 Regge 极点理论得知这时散射振幅主要是强子之间交换 \mathbb{P} 的贡献)可以归结为强子之间一对组分夸克 $q-q(\bar{q})$ 间的散射, 即这对夸克之间软 \mathbb{P} 交换的贡献. 文章另一方面将 QCD 中场量的红外禁闭特性作为 L-N 场论中非微扰胶子场部分的基本要求, 同时对 QCD 中胶子场真空凝聚程式做非定域推广, 利用它将非微扰胶子场的基本行为固定下来. 进而论证了夸克之间的 \mathbb{P} 交换可等效化为两个非微扰胶子的交换, 并给出了相应的传播子的具体表达式. 其中所含的参量已由高强软过程的实验数据确定. 人们应用 L-N 的 \mathbb{P} 场论模型讨论了大量高强软过程, 都取得了与实验相符的满意结果^[6], 因而它是这一领域中普遍接受了的

2004-07-02 收稿

^{*} 国家自然科学基金(90103019)资助

1) E-mail: liuls@iopp.ccnu.edu.cn

有效理论.

但是,我们认为 L-N 的软 \mathbb{P} 模型还有明显不足之处,需要作些修改和补充^[7]. 在文献[7]中已经指出,主要是它没有注意到组分夸克本身的强作用结构,因而没有能全部阐明高强软过程中强作用的物理内涵. 图 1 是 L-N 文章讨论 \mathbb{P} 结构的关键图. 组分夸克间的 \mathbb{P} 交换等效为直接 s 道和交叉 u 道中非微扰双胶子的交换. 由散射振幅的解析性得知,在 高能时这两部分之和正好等于直接 s 道振幅的虚部(实部完全抵消). 图 1 中的粗直线、粗螺线和波浪线分别代表组分夸克 $q(\bar{q})$ 、非微扰胶子 $G^{(L-N)}$ 和 \mathbb{P} . 右图中弯曲割线表示取相应振幅的虚部,被切割的传播子取质壳.

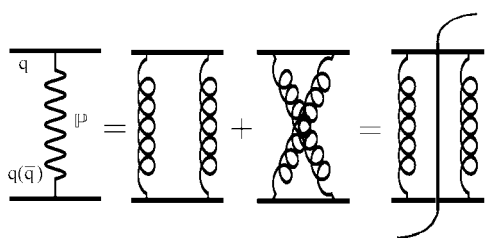


图 1

从图 1 看出 L-N 的 \mathbb{P} 模型有两点不足之处:

1) 强作用中的 ϵ 正性条件是反映了全部强作用的基本关系式. 而由 Regge 理论和高强软过程实验都肯定了单由 \mathbb{P} 的交换就能渐进地饱和 ϵ 正性条件^[1]. 因此,任何能与交换 \mathbb{P} 等效的机制也应该具备这种性质,它们相应的图形也应该充分地显示这点. 但是图 1 只是常见的方块图,似乎过于简单,他们没能凸显出已包含了全部真空量子数条件下的强作用.

2) 图 1 不可能得出高强软散射振幅 $A(s, t)$ 和总截面 $\sigma_T(s)$ 的表达式中随能量 s 增加的 Regge 型的幂次因子 $(s/s_0)^{\alpha_p(t)}$, 其中 $\alpha_p(t)$ 是 \mathbb{P} 的 Regge 轨迹. 虽然在文献[8]中已指出,如果在图 1 的两胶子间再垂直嵌入一系列横向微扰 QCD 胶子线,并将这样的梯形图求和,就可以得到对能量 s 的幂次因子. 但这是在原 L-N \mathbb{P} 模型上外加的,因而显得不自洽.

文献[7]指出,这两点都与 L-N \mathbb{P} 模型未能全部考虑实际出现的全部相互作用直接相关. 具体说,这个模型是将组分夸克当作没有内部结构的“点”粒子处理,它表现在文献[4]中讨论组分夸克与胶子相互作用的表达式上,更直观地说是表现在图 1 的点式顶点 $q\bar{q}G^{(L-N)}$ 上. 事实上组分夸克有一定的大小.

文献[4]中也明确指出它的大小约为核子半径的五分之一,而且在多处估算了考虑夸克大小对推算和结果带来的影响,但却忽略了组分夸克本身也是有强作用结构的. 考虑到组分夸克的大小与核子本身的大小是属于同一量级,以及强作用中有效作用强度随作用距离增加而迅速增加的特点,我们预料在 高强软过程中组分夸克内部的成分不但会参与到强作用过程中,而且会扮演重要的角色. 因而文献[7]中采用了多年前由 QCD 启发得到的组分夸克 $q(\bar{q})$ 的结构图像^[9],它是由相同量子数的“核心”裸夸克 $q_v(\bar{q}_v)$ 和紧紧包在其周围的非微扰胶子及夸克对云团 G 组成. 在高能强子朝前 $|t| \approx 0$ 弹性散射中,由于具备了充分大的强作用时-空环境和充分强的有效强作用条件,被散射的组分夸克将会“解体”,并不断演化. 预料 $q(\bar{q})$ 散射交换 \mathbb{P} 的图像,应该是 $q(\bar{q})$ 首先各自发射包在裸夸克周围的非微扰胶子云团 $G(\bar{G})$ (等效矢量粒子),而裸化为 $q_v(\bar{q}_v)$,同时胶子云团本身再经过簇射出一系列的次级非微扰胶子 g 而湮没. 再经过与此完全对称的逆向过程(厄密共轭图)回到末态的两个组分夸克. 整个 $q(\bar{q})$ 交换 \mathbb{P} 的图像就是一系列的切割梯形图之和,如图 2. 这就是文献[7]中提出的最大非微扰强作用反应(简称最大作用)假定的具体化. 之所以称它“最大”是因为 $|t|=0$ 时它的散射振幅的虚部对应强子总截面,而后者是强作用物理中的最大可测量的量,以及交换软 \mathbb{P} 就渐进饱和了 ϵ 正性条件这一特征. 图 2 中,波浪线代表 \mathbb{P} ,粗直线和细直线分别代表组分夸克和裸夸克,粗螺线代表非微扰胶子云团 G ,细螺线代表放出的次级非微扰胶子 g . 高能时($s \gg m_q^2$)可将组分夸克和裸夸克以及非微扰胶子质量全都看为零,同样由散射振幅的解析性可以证明,图 2 中任何阶 s 道的梯形图振幅加上相应阶 u 道的梯形图振幅后,实部为零,只剩下 s 道的振幅的虚部,这就是图 2 的第二个等式.

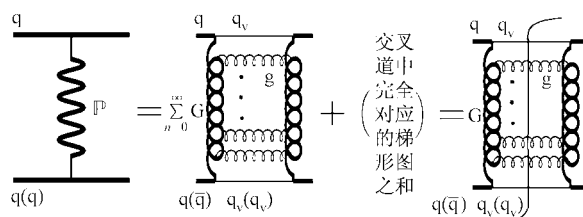


图 2

图 2 在形状上与 BFKL 等人由微扰 QCD 得到的硬 \mathbb{P} 结构图形十分相似,当然也存在着本质的差别.

在 $|t| = 0$ 的严格朝前散射时,当近似地认为胶团 G 放射出的胶子 g 和 q_v 平行,再因它们的质量都为零,由质量简并性得知,图 2 还原为图 1. 事实上,设想将图 2 中梯形图上下对称地分成两部分,将相关的纵向梯条挤压成一点,并将横向梯条与相应的 $q_v(\bar{q}_v)$ 合并,就恢复为 $q(\bar{q})$,即图 1. 当然,实际上 G 和 g 不可能与 $q_v(\bar{q}_v)$ 完全平行,因而即使 $|t| = 0$ 的结果也与 L-N 的结果有差别.

2 切割梯形图的计算与求和

强子中组分夸克的分解很难从基本场论出发做出严格的论证. 本文采用有效场论方案,对照图形给出有关的顶角和传播子表达式,然后按相应的费曼(Feynman)规则进行推导. 按上面的说明, $q(\bar{q})$ 与 $q_v(\bar{q}_v)$ 均为无质量的 Dirac 旋量,胶团 G 和非微扰胶子 g 均为 Abelian 矢量. 首先确定纵向梯条胶团 G 的传播子表达式. 在 BFKL 方案中的纵向梯条是用 Regge 化的微扰 QCD 传播子. 本文中则采用 L-N \mathbb{P} 模型的形式,因为它从高强软过程实验数据拟合出来的,相当于包含了 Regge 化的作用. 但其中的参数不能照搬. 在 Feynman 规范下,L-N 文中用到的非微扰传播子是和耦合常数相乘后得出来的

$$g^2 D_{\mu\nu}(k^2) = -A g_{\mu\nu} e^{k^2/\mu^2}, \quad (1)$$

其中 $\mu = 1.1\text{GeV}$, $A^2 \mu^2 = 72\pi^2 \beta^2$, $\beta^2 = 3.39\text{GeV}^{-2}$. A 的量纲是 GeV^{-2} . 本文采用

$$D_{\mu\nu}(k^2) = -C g_{\mu\nu} e^{k^2/\mu^2}, \quad (2)$$

其中的 μ, C 均为待定参数, C 的量纲也是 GeV^{-2} .

对于胶团 G 与胶子 g 的顶角 $G_1 G_2 g$ 讲,可类比荷电矢量场 B_μ 与电磁场 A_μ 间的相互作用拉氏量

$$\begin{aligned} & -ie(B_\mu \partial_\nu B^*{}^\mu - B_\mu^* \partial_\nu B^\mu) A^\nu = \\ & -ie(B_\mu \partial_\nu B_\sigma^* - B_\mu^* \partial_\nu B_\sigma) A^\nu g^{\mu\sigma} \end{aligned}$$

在动量空间表达式得到,即 $ig_2(k_1 + k_2)_\nu \epsilon_g^\nu(l) g^{\mu\sigma}$, 其中 k_1, k_2 和 l 分别是 G_1, G_2 和 g 的动量, ϵ_g 是 g 的极化矢量, g_2 是无量纲耦合常数. 注意 m_q, m_{q_v}, m_g 均已定为零,且本文限于 s 大而 $|t|$ 小. 由于是小角度散射, $k_1, k_2 \gg l$, 可以采用程涵(eikonal)近似,即在顶角表达式中取 $k_1 \simeq k_2, l \simeq 0$, 这样 $G_1 G_2 g$ 顶点就是

$$ig_2 2k_2 \epsilon_g^\nu. \quad (3)$$

对于组分夸克、裸夸克与胶团的顶角 $q\bar{q}G$, 它们的拉氏量是 $-ig_1 \bar{\Psi} \gamma_\mu \Phi G^\mu + \text{h.c.}$, 其中 Ψ, Φ 和 G 分别

是裸夸克、组分夸克和胶团的场量,它们在动量空间的表达式是 $-ig_1 \bar{u}_\lambda(p-k) \gamma_\mu U_\lambda(p) + \text{h.c.}$. 下面会看到,当振幅只保留 $\ln s$ 的领头对数近似(LLA)时,要求 $k \ll p, p-k \simeq p$. 又两种夸克质量都为零,所以旋量表达式相同. 由旋量归一化条件 $\bar{u}_\lambda(p) \gamma^\mu u_\lambda(p) = 2p^\mu \delta_{\lambda\lambda'}$ 得出 $q\bar{q}G$ 顶角的表达式

$$-ig_1 \bar{u}_\lambda(p_1) \gamma_\mu U_\lambda(p_1) \epsilon_G^\mu = -2ig_1 p_1 \mu \epsilon_G^\mu \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (4)$$

得出上述的费曼规则后,可以算出图 3 切割梯形图相应的振幅的虚部,而它正是我们要求的. 熟知在计算高强软过程中,用 Sudakov 变量最方便,这时 k_i 可表示为 $k_i^\mu = \rho_i p_1^\mu + \lambda_i p_2^\mu + k_i^\nu$, 其中 k_i^ν 是与 p_1 和 p_2 垂直的二维矢量,即 $(0, 0, \mathbf{k}_i)$. 在入射夸克沿 z 轴的质心系中,

$$p_1^\mu = \left(\frac{\sqrt{s}}{2}, \frac{\sqrt{s}}{2}, \mathbf{0} \right), p_2^\mu = \left(\frac{\sqrt{s}}{2}, -\frac{\sqrt{s}}{2}, \mathbf{0} \right),$$

$$k_i^\mu = \left((\rho_i + \lambda_i) \frac{\sqrt{s}}{2}, (\rho_i - \lambda_i) \frac{\sqrt{s}}{2}, \mathbf{k}_i \right),$$

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 2p_1 \cdot p_2, k_i^2 = \frac{\sqrt{s}}{2} (\rho_i^2 + \lambda_i^2) - \mathbf{k}_i^2.$$

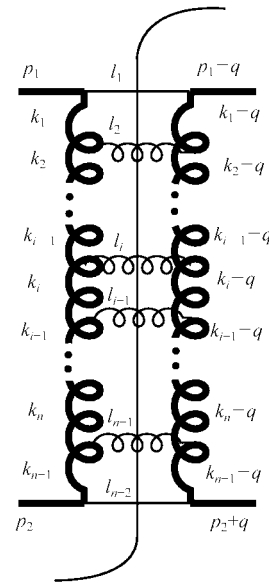


图 3

2.1 领头阶 ($n = 0$) 的贡献

如图 4,它是 L-N \mathbb{P} 模型图 1 中将 q 内线用 q_v 内线代替. 领头阶振幅的虚部为

$$\text{Im}A^{(0)} = \frac{1}{2} \int d(P.S.)^2 A_0(k) A_0^\dagger(k-q), \quad (5)$$

其中 $A^{(0)}$ 是 $A^{(0)}(s, t)$ 的简称, $A_0(k)$ 和 $A_0^\dagger(k-q)$ 分

别是图4中左、右部振幅.按(2)式到(4)式的 Feynmann 规则,得出

$$A_0(k) = -2g_1^2 s C e^{k^2/\mu^2}, \quad (6)$$

$$A_0^\dagger(k-q) = -2g_1^2 s C e^{(k-q)^2/\mu^2}. \quad (7)$$

两体相空间积分

$$\int d(P.S.)^2 = \int \frac{d^4 l_1}{(2\pi)^3} \frac{d^4 l_2}{(2\pi)^3} \delta(l_1^2) \delta(l_2^2) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - l_1 - l_2).$$

将 $l_1 \equiv p_1 - k_1, l_2 \equiv p_2 + k_1$ 换为 Sudakov 变量后,

$$\int d(P.S.)^2 = \frac{s}{8\pi^2} \int d\rho_1 d\lambda_1 d^2 \mathbf{k}_1 \delta(-s(1-\rho_1)\lambda_1 - \mathbf{k}_1^2) \delta(s(1+\lambda_1)\rho_1 - \mathbf{k}_1^2). \quad (8)$$

在 $|t| \ll s$ 时,图4中所有的夸克都在质壳上,容易得知,动量转移 q^μ 中只有横向分量最重要($t = q^2 \approx -q^2$).同时 \mathbf{k}_1 的大小也是 $\sqrt{|t|}$ 的量级.因此(8)式中两个 δ 函数给出 $-\lambda_1 = \rho_1 \approx \mathbf{k}_1^2/s$,故 ρ_1 和 $|\lambda_1|$ 都是 $\frac{|t|}{s}$ 量级,比1小得多.这得出 $k_1^2 \approx -\mathbf{k}_1^2, (k_1 - q)^2 \approx -(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2$.将(6),(7),(8)式代入(5)式,并对 ρ_1 和 λ_1 积分,得出

$$\text{Im}A^{(0)} = \frac{g_1^4 s}{4\pi^2} \int d^2 \mathbf{k}_1 C^2 \exp\left(-\frac{\mathbf{k}_1^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right) = C^2 \frac{g_1^4 s}{4\pi^2} \int d^2 \mathbf{k}_1 f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}), \quad (9)$$

其中

$$f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \exp\left(-\frac{\mathbf{k}_1^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right). \quad (10)$$

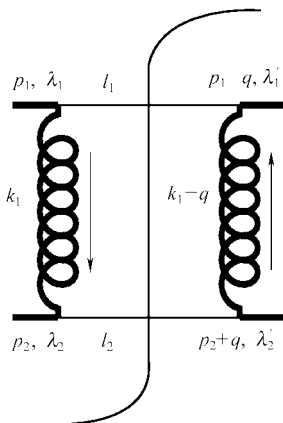


图4

2.2 次领头阶 ($n = 1$) 的贡献

这时对应的是图5,它的振幅虚部

$$\text{Im}A^{(1)} = \frac{1}{2} \int d(P.S.)^3 A_1(k) A_1^\dagger(k-q), \quad (11)$$

其中

$$A_1(k) = -4ig_1^2 g_2 s C^2 k_2^2 \exp\left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{\mu^2}\right), \quad (12)$$

$$A_1^\dagger(k-q) = 4ig_1^2 g_2 s C^2 (k_2 - q)_\nu \exp\left(\frac{(k_1 - q)^2 + (k_2 - q)^2}{\mu^2}\right). \quad (13)$$

当图5对应的三体相空间积分变量换为 k_1, k_2 ,并将它们用 Sadakov 变量 $\rho_1, \lambda_1, \mathbf{k}_1, \rho_2, \lambda_2, \mathbf{k}_2$ 表示时,

$$\int d(P.S.)^3 = \frac{s^2}{128\pi^5} \int d\rho_1 d\lambda_1 d^2 \mathbf{k}_1 d\rho_2 d\lambda_2 d^2 \mathbf{k}_2 \times \delta(-s(1-\rho_1)\lambda_1 - \mathbf{k}_1^2) \delta(s(1+\lambda_2)\rho_2 - \mathbf{k}_2^2) \delta(s(\rho_1 - \rho_2)(\lambda_1 - \lambda_2) - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2). \quad (14)$$

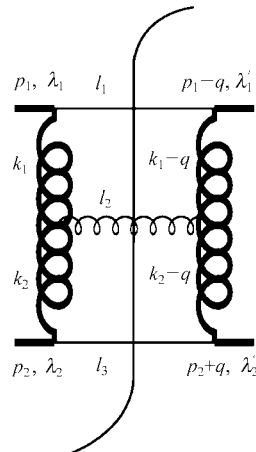


图5

在文献[3]中已指出,在类似图5的切割图中,如果要求所有被切割的粒子的能量在任何洛伦兹(Lorentz)参照系中为正,则要求 $1 > \rho_1 > \rho_2, 1 > |\lambda_2| > |\lambda_1|$.进一步,如果只保留 $\ln s$ 的领头阶,则要求此不等式强序化,即

$$1 \gg \rho_1 \gg \rho_2, 1 \gg |\lambda_2| \gg |\lambda_1|. \quad (15)$$

在强序时,三体相空间积分为

$$\int d(P.S.)^3 = \frac{s^3}{128\pi^5} \int d\rho_1 d\lambda_1 d^2 \mathbf{k}_1 d\rho_2 d\lambda_2 d^2 \mathbf{k}_2 \times \delta(-s\lambda_1 - \mathbf{k}^2) \delta(s\rho_2 - \mathbf{k}^2) \delta(-s\rho_1\lambda_2 - \mathbf{k}^2). \quad (16)$$

在上式中已经将所有 δ 函数中的横动量用典型标度 \mathbf{k} 表出,这是因为在高能和强序时,所有的横向动量都是 $\sqrt{|t|}$ 量级.对于保留 $\ln s$ 领头阶近似讲, $\ln s$ 中用什么标度并不重要,因而可以让其中的 $\mathbf{k}_1^2 \approx \mathbf{k}_2^2$

$\simeq (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 = \mathbf{k}^2$ 将 (12), (13), (16) 式代入 (11) 式, 对 λ_1, λ_2 积分, 并注意 $k_2(k_2 - q) \simeq -\mathbf{k}_2 \cdot (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})$,

$$\text{Im}A^{(1)} = \frac{g_1^4 g_2^2 s^2}{4\pi^5} C^4 \int_{\rho_2}^1 \frac{d\rho_1}{\rho_1} d\rho_2 d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}_2 \delta(s\rho_2 - \mathbf{k}^2) \mathbf{k}_2 \cdot (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}) \times \exp\left[-\frac{\mathbf{k}_1^2 + \mathbf{k}_2^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right] = \frac{g_1^4 s C^2}{4\pi^2} \int d^2 \mathbf{k}_1 f_1(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) \quad (17)$$

其中,

$$f_1(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \left(\frac{g_2^2 C^2}{4\pi^3}\right)^1 \int_0^1 d\rho_2 \int_{\rho_2}^1 \frac{d\rho_1}{\rho_1} s \delta(s\rho_2 - \mathbf{k}^2) \int d^2 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_2 \cdot (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}) \times \exp\left[-\frac{\mathbf{k}_2^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right] f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}). \quad (18)$$

此式是对 ρ_1, ρ_2 的套迭积分. 而拆开套迭积分的头一步是做 Mellin 变换^[31]. $f_1(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q})$ 的 Mellin 变换是

$$\mathcal{F}_1(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \int_1^\infty d\left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right) \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^{-\omega-1} f_1(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}). \quad (19)$$

上式用典型横向动量 \mathbf{k}^2 对 s 作标度, 因而变换前后的量纲一致. 将 (18) 式代入 (19) 式得

$$\mathcal{F}_1(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \frac{g_2^2 C^2}{4\pi^3} \int_0^1 d\rho_2 \int_{\rho_2}^1 \frac{d\rho_1}{\rho_1} \rho_2^{\omega-1} \int d^2 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_2 \cdot (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}) \exp\left[-\frac{\mathbf{k}_2^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right] f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}). \quad (20)$$

拆开套迭积分的第二步是作参数变换, 令 $\tau_1 = \rho_1$, $\tau_1 \tau_2 = \rho_2$, $0 < \tau_{1,2} < 1$, 相应的 Jacobian $\|J\| = \rho_1 = \tau_1$, 这样

$$\mathcal{F}_1(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \frac{g_2^2 C^2}{4\pi^3} \int_0^1 d\tau_1 \tau_1^{\omega-1} \int_0^1 d\tau_2 \tau_2^{\omega-1} \int d^2 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_2 \times (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}) \exp\left[-\frac{\mathbf{k}_2^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right] \times f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}). \quad (21)$$

将上式对 τ_1, τ_2 积分后, 得到

$$\omega \mathcal{F}_1(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \frac{g_2^2 C^2}{4\pi^3} \int d^2 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_2 \cdot (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}) \exp\left[-\frac{\mathbf{k}_2^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right] \times \mathcal{F}_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}). \quad (22)$$

其中 $\mathcal{F}_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \omega^{-1} f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q})$. 可将上式改写为

$$\mathcal{F}_1(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) \equiv \frac{\Delta(t)}{\omega} \mathcal{F}_0(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}), \quad (23)$$

其中

$$\Delta(t) = \frac{g_2^2 C^2}{4\pi^3} \int d^2 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_2 \cdot (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}) \exp\left[-\frac{\mathbf{k}_2^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right]. \quad (24)$$

它实际上与 \mathbf{k}_2 无关, 是 $t = q^2 \simeq -q^2$ 的函数.

2.3 n 阶的贡献

这时胶团发出 n 个非微扰胶子, 对应图 3 得知振幅虚部为

$$\text{Im}A^{(n)} = \frac{1}{2} \int d(P.S.)^{(n+2)} A_n(k) A_n^\dagger(k-q), \quad (25)$$

其中

$$A_n(k) = -g_1^2 (ig_2)^n 2s C^{n+1} (2k_1)^{\nu_1} \cdots (2k_n)^{\nu_n} \prod_{i=1}^{n+1} e^{k_i^2/\mu^2}, \quad (26)$$

$$A_n^\dagger(k-q) = -g_1^2 (-ig_2)^n 2s C^{n+1} (2(k_1 - q))^{\nu_1} \cdots (2(k_n - q))^{\nu_n} \prod_{i=1}^{n+1} e^{(k_i - q)^2/\mu^2}, \quad (27)$$

$$\int d(P.S.)^{(n+2)} = \int \prod_{i=1}^{n+2} \left(\frac{d^4 l_i}{(2\pi)^3} \delta(l_i^2) \right) (2\pi)^4 \delta^4 \left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^{n+2} l_j \right).$$

其中 $l_1 = p_1 - k_1, l_{n+2} = p_2 + k_{n+1}, l_i = k_{i-1} - k_i (i = 2, \dots, n+1)$. 将相空间积分集合 $\{l_i\}$ 变为 $\{k_i\}$, 再用 Sudakov 变量表出得

$$\int d(P.S.)^{n+2} = \frac{s^{n+1}}{2^{4n+3} \pi^{3n+2}} \int \prod_{i=1}^{n+1} d\rho_i d\lambda_i d^2 \mathbf{k}_i \times \prod_{j=1}^n \delta[s(\rho_j - \rho_{j+1})(\lambda_j - \lambda_{j+1}) - (\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_{j+1})^2] \delta(-s(1-\rho_1)\lambda_1 - \mathbf{k}_1^2) \delta(s(1+\lambda_{n+1})\rho_{n+1} - \mathbf{k}_{n+1}^2).$$

和前面 $n = 1$ 时的情形一样, 只保留 $\ln s$ 领头阶贡献, 让 ρ_i, λ_i 取强序得

$$\rho_i \gg \rho_{i+1}, |\lambda_{i+1}| \gg |\lambda_i|, k_i^2 \simeq -\mathbf{k}_i^2,$$

$$k_i(k_i - q) \simeq -\mathbf{k}_i \cdot (\mathbf{k}_i - \mathbf{q}),$$

且在 δ 函数中可用固定的标度 \mathbf{k}^2 代替 \mathbf{k}_i^2 . 这样对 λ_i 积分后得

$$\int d(P.S.)^{(n+2)} = \frac{1}{2^{4n+3} \pi^{3n+2}} \prod_{i=1}^n \int_{\rho_{i+1}}^1 \frac{d\rho_i}{\rho_i} \prod_{j=1}^{n+1} d^2 \mathbf{k}_j \times \int_0^1 d\rho_{n+1} \delta(s\rho_{n+1} - \mathbf{k}^2). \quad (28)$$

综合上述各式,得到

$$\text{Im}A^{(n)} = \frac{g_1^4 s C^2}{4\pi^2} \int d^2 k_1 f_n(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}), \quad (29)$$

其中

$$f_n(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \left(\frac{g_2^2 C^2}{4\pi^3}\right)^n \prod_{i=1}^n \int_{\rho_{i+1}}^1 \frac{d\rho_i}{\rho_i} \int_0^1 d\rho_{n+1} \prod_{j=2}^{n+1} \times \int d^2 k_j \delta(s\rho_{n+1} - \mathbf{k}^2) \mathbf{k}_j \cdot (\mathbf{k}_j - \mathbf{q}) \times \exp\left[-\frac{\mathbf{k}_j^2 + (\mathbf{k}_j - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right] f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}). \quad (30)$$

为了解开套迭积分,第一步对 $f_n(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q})$ 作 Mellin 变换,得出

$$\mathcal{F}_n(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \int_1^\infty d\left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right) \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^{-\omega-1} f_n(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = [\Delta(t)]^n \prod_{i=1}^n \int_{s/\mathbf{k}^2}^1 \frac{d\rho_i}{\rho_i} \int_0^1 d\rho_{n+1} \rho_{n+1}^{\omega-1} \times f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}). \quad (31)$$

第二步作变换 $\tau_i = \frac{\rho_i}{\rho_{i-1}}$ ($\rho_0 = 1$), $0 < \tau_i < 1$, 变换的 Jacobian $\|J\| = \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_n$, $\rho_{n+1} = \tau_1 \tau_2 \cdots \tau_{n+1}$. 这样 (31) 式变为对 τ_i ($i = 1, \dots, n$) 的独立积分,从而得到

$$\mathcal{F}_n(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\Delta(t)}{\omega}\right)^n f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}), \quad (32)$$

其中 $f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q})$ 和 $\Delta(t)$ 分别由 (10), (24) 式给出. 将 $\mathcal{F}_n(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q})$ 代入 Mellin 逆变换

$$f_n(s) = \frac{1}{2\pi i} \int_C d\omega \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^\omega \mathcal{F}_n(\omega), \quad (33)$$

其中 C 是 ω 复平面上位于 $\mathcal{F}_n(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q})$ 所有奇异性右边的一条回路.

$$f_n(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}) (\Delta(t))^n \frac{\left(\ln \frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^n}{n!}. \quad (34)$$

2.4 对所有梯形图振幅求和

由 (32) 式,

$$\mathcal{A}(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) \equiv \sum_{n=0}^\infty \mathcal{F}_n(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \sum_{n=0}^\infty \frac{f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q})}{\omega} \left(\frac{\Delta(t)}{\omega}\right)^n = \frac{f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q})}{\omega - \Delta(t)}. \quad (35)$$

相应的逆变换由 (33), (35) 式积分求出,或由 (34) 式求和得到

$$f(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) \equiv \sum_{n=0}^\infty f_n(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) =$$

$$f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}) \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^{\Delta(t)}. \quad (36)$$

所有梯形图求和后,相应的振幅虚部为

$$\text{Im}A(s, t) \equiv \sum_{n=0}^\infty \text{Im}A^{(n)} = \frac{g_1^4 s C^2}{4\pi^2} \int d^2 k_1 f(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \frac{g_1^4 \mathbf{k}^2 C^2}{4\pi^2} \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^{\alpha_p(t)} \int d^2 k_1 f_0(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}), \quad (37)$$

其中 (s/\mathbf{k}^2) 的幂次函数就是 $|t|$ 小时软 \mathbb{P} 的轨迹

$$\alpha_p(t) \equiv 1 + \Delta(t) = 1 + \frac{g_2^2 C^2}{4\pi^3} \int d^2 k \mathbf{k} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{q}) \exp\left[-\frac{\mathbf{k}^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right]. \quad (38)$$

当 $|t| = |q^2| = q^2$ 很小时,由

$$\int d^2 k \mathbf{k} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{q}) \exp\left[-\frac{\mathbf{k}^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2}{\mu^2}\right] \simeq \frac{\pi}{4} \mu^4 e^{t/\mu^2}, \quad (39)$$

得到

$$\alpha_p(t) \simeq 1 + \frac{g_2^2 C^2}{16\pi^2} \mu^4 e^{t/\mu^2}, \quad (40)$$

相应地由 (37) 式得

$$\text{Im}A(s, t) = \frac{g_1^4 \mathbf{k}^2 \mu^2 C^2}{8\pi} e^{t/\mu^2} \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^{\alpha_p(t)}. \quad (41)$$

由么正性条件, s 很大时组分夸克 q - $q(\bar{q})$ 的“散射总截面”的渐近式为

$$\sigma_{q\bar{q}}(s) = \frac{\text{Im}A(s, 0)}{s} = \frac{g_1^4 C^2 \mu^2}{8\pi} \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^{\alpha_p(0)-1}, \quad (42)$$

其中

$$\alpha_p(0) = 1 + \Delta(0) = 1 + \frac{g_2^2 C^2 \mu^4}{16\pi^2}. \quad (43)$$

3 结果与讨论

本文修改了 L-N 的 \mathbb{P} 模型. 从组分夸克具有结构的观点出发,根据我们在高强软过程中提出的最大非微扰强作用假定,给出了软 \mathbb{P} 新的结构图像. 由组分夸克分解出的胶子云团发射出一系列非微扰胶子. 与此相应,软 \mathbb{P} 由一系列切割梯形图之和组成. 在 s 大而 $|t|$ 小时,用有效场论方法计算了 $\ln s$ 领头阶近似下梯形图振幅的虚部,得出 \mathbb{P} 的 Regge 轨迹和组分夸克散射截面 $\sigma_{q\bar{q}}(s)$ 的简洁表达式. 在 $\sigma_{q\bar{q}}(s)$ 中自动出现了对 s 的 Regge 型幂次行为因子.

下面对本文所用有关参量 $\mu^2, C, g_1, g_2, \mathbf{k}^2$ 作简单说明.

1) 作为能量标度的 k^2 , 它只是出现在 $\ln s$ 中, 取值改变不会带来大的影响. 计算中让它与过程中典型横动量平方相等. 按照 Regge 理论, k^2 可取为 1GeV^2 或 M_p^2

2) μ^2 最初出现在胶团传播子(3)式指数上, 是 t 的归一化标度. L-N 的文章中取它为 1.1GeV^2 . 但是按照 Regge 理论, 强子在高强软过程中有“泡大而透明”的趋向^[10]. 因此估计本文应取的 μ^2 比 L-N 小. 如果将(40)式中的 $\alpha_p(t)$ 用 $|t|$ 小时实验值^[6]

$$\alpha_p(t) = 1.08 + 0.25t(\text{GeV}^{-2}) \quad (44)$$

代入, 则解出

$$\mu^2 = \frac{\alpha_p(0) - 1}{\alpha_p'(0)} = 0.32\text{GeV}^2.$$

它是一个合理的值.

3) 对照图 1 和图 4 讨论合并参数 $g_1^4 C^2$, 它与 L-N 模型(2)式中的因子 A^2 对应. 已知 $A = 46.35\text{GeV}^{-2}$. 但图 4 只是零阶近似, 是总贡献中的一部分, 因而预料 $g_1^4 C^2$ 比 A^2 小, 可以让 $g_1^4 C^2 = x^2 A^2 (0 < x < 1)$. 将(43)式代入(41)式得出 $\sigma_{\text{q}^{\text{q}(\bar{\text{q}})} \approx 22x^2\text{mb}$. 如果取 $s = 10^4\text{GeV}^2$ 的质子实验值 $\sigma_{\text{T}}^{\text{p}(\bar{\text{p}})} \approx 45\text{mb}$ 并考虑总截面的夸克相加律因子 $3 \times 3 = 9$, 则

得出 $x \approx 0.47$.

4) 关于顶角的耦合常数 g_2 , 没有关于它的任何知识. 因为现今高强软过程唯象学上可用于讨论软 \mathbb{P} 结构的信息也就是本文提到的这些. 但将来高强软过程产生胶球态时的新实验结果会对进一步确定以上各参量值, 特别是 g_2 值很有帮助.

最后, 简单说一下本文提出的方案在强作用中的其他应用. 就此想提出 3 点概念上的认识:

1) 最大非微扰强作用反应存在的关键是要求有最大的强作用的时-空环境和最强的相互作用. 这就特别强调 $|t|$ 要比 s 小得多. 但并非一定要求 s 本身很大.

2) 从强作用反应的典型时间看, 这种最大反应作用时间是相当长的. 因此只有当不存在其他强作用方式与之竞争时, 它才发挥效应, 否则被抑压掉.

3) 由于在高强软过程中, 最大反应的第一步分解模式并不限于本文采用的 $q \rightarrow q_v + G$ 或 $\bar{q} \rightarrow \bar{q}_v + G$, 而可以有其他许多方式. 因此本文提出的方案既可以用到如[11, 12]文中讨论过的 $J/\psi \rightarrow \gamma + \text{胶球态}$ 和 $J/\psi \rightarrow e^+ e^-, \eta_c \rightarrow 2\gamma$ 等纯电磁衰变过程, 也可以用来讨论通常 Regge 极点轨迹. 我们将在另一篇文章中讨论这一问题.

参考文献 (References)

- Collins P D B. An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics. Cambridge University Press, 1977
- Fadin V S, Kuraev E A, Lipatov I N. Sov. Phys. JETP, 1976, **44**: 443; Balitsky Y Y, Lipatov I N. Sov. J. Nucl. Phys. 1978, **28**: 822
- Forshaw J R, Ross D A. Quantum Chromodynamics and the Pomeron. Cambridge University Press, 1997
- Landshoff P V, Nachtmann O. Zeit Phys., 1987, **C35**: 405
- Landshoff P V, Polkinghorne J C. Nucl. Phys., 1970, **B32**: 541; Donnachie A, Landshoff P V. Phys. Lett., 1992, **B296**: 227
- Donnachie A, Landshoff P V. Nucl. Phys., 1988, **B303**: 634; 1988/1989, **B311**: 599; Phys. Lett., 1987, **B191**: 309; 1987, **B185**: 403
- PENG H A et al. HEP & NP, 2002, **26**: 658 (in Chinese) (彭宏安等. 高能物理与核物理, 2002, **26**: 658)
- Ross D A. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 1989, **15**: 1175
- Altarelli G et al. Nucl. Phys., 1974, **B69**: 468; Hwa R C. Phys. Rev., 1980, **D22**: 759
- Chew G F. S-Matrix Theory of Strong Interaction Benjamin. New York, 1961
- PENG H A et al. HEP & NP, 2002, **26**: 747 (in Chinese) (彭宏安等. 高能物理与核物理, 2002, **26**: 747)
- PENG H A, DUAN C G, YAN Z Y. Acta. Physica Sinica, 2004, **53**: 2478 (in Chinese) (彭宏安, 段春贵, 阎占元. 物理学报, 2004, **53**: 2478)

On the Structure of Soft Pomeron *

PENG Hong-An¹ XING Xiu-Wen² LIU Lian-Shou^{2;1)}

¹ (Institute of Theoretical Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

² (Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract We have modified the field theory of soft Pomeron proposed by Landshoff and Nachtmann. Starting from the viewpoint that the constituent quark has its own structure and according to the hypothesis of the maximum non-perturbative strong interaction reactions, which should be obeyed in high energy strong soft processes, we proposed a new structure model for the soft Pomeron. A pair of constituent quarks of colliding hadrons in such processes will be resolved into a bare quark (or antiquark) and a lot of non-perturbative gluons (and quark pairs). Corresponding to such mechanism, the relevant structure of soft Pomeron is represented by the sum of a series of cutting ladder diagrams. In the multi-Regge region, where the energy s of the system is very large and its momentum transfer $|t|$ is very small, and in the approximation where only the leading logarithm order of s are preserved, we have calculated the $q-q(\bar{q})$ scattering amplitude and its total cross section from the sum of such ladder diagrams. The factor of Regge behavior in the exponential power law of s does arise in it. We also get a compact formula for the trajectory of soft Pomeron in our model. Some short discussions about the application for our approach to other strong-soft processes are mentioned.

Key words Pomeron, non-perturbative QCD, ladder diagram

Received 2 July 2004

* Supported by NSFC (90103019)

1) E-mail: liuls@iopp.cnu.edu.cn