

中子星内壳层的物态方程和质子丰度^{*}

温海豹

(中国科学院高能物理研究所 北京 100049)

(中国科学院研究生院 北京 100049)

摘要 求解了恒定均匀的强磁场中核子的能谱和波函数,在手征表象中给出含核子反常磁矩(AMM)项的 Dirac 方程的解;并且计算了中子星内壳层物质的物态方程(EOS)和粒子丰度,发现在强磁场中磁能将使中子星内壳层的压强增加但物质仍然是丰中子,AMM 项对质子的极化度有明显效应.

关键词 中子星内壳层 态方程 强磁场 反常磁矩

1 引言

中子星内壳层^[1]是由密度在 10^{11} — 10^{14} g/cm³ 的核子和电子组成的,对于没有磁场时该密度范围物质的行为即 EOS 已经有很多研究;但一般中子星内壳层的磁场约 10^{12} — 10^{14} G^[2],反常 X 射线脉冲星 (AXP)和软 γ 射线暴 (SGR)则可以达到 10^{15} G^[3-6],对于这么强的磁场中物质的 EOS 我们目前还不清楚.中子星内壳层磁场对处在其中的物质的效应主要来自 3 个方面:一是磁场的引入会使带电粒子 Landau 量子化,这一般会导致 EOS 的软化^[7].二是电子在超过其临界磁场 4.414×10^{13} G 的外磁场中时其旋转能 $\frac{eB}{m_e}$ 将大于静止能量 m_e ,成为相对论性的,同时自能修正的一阶项即 AMM 项^[8-10]由于被高阶项抵消^[10]而可以不予以考虑;而质子则由于临界磁场 10^{20} G 远大于中子星内壳层磁场而显出 AMM 项的效应.另一个效应是磁能会直接贡献给总能量和压强.

考虑核子 AMM 效应的费米子能谱和波函数只有文献^[11]中给出过 Dirac 表象中的形式复杂的解,本文第 2 节将在手征表象中得到简洁的解析解;第

3 节在此基础上用自由费米气体模型给出了中子星内壳层各种粒子的化学势、密度、能量密度和压强的表达式;第 4 节进一步用数值方法求解了中子星内壳层的 EOS、质子丰度和粒子极化度,对结果进行了讨论,并和文献^[12]中非相对论近似下的结果作了比较.第 5 节给出了总结和展望.

2 强磁场中费米子的能谱和波函数

如引言所述,中子星内壳层物质的 Lagrangian 为

$$\mathcal{L} = \sum_N \bar{\Psi}_N \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - e \left(\frac{1}{2} + \tau_0 \right) \gamma_\mu A^\mu - \frac{1}{4} g_N \mu_N \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m_N \right] \Psi_N + \bar{\Psi}_e [i\gamma_\mu \partial^\mu - e\gamma_\mu A^\mu - m_e] \Psi_e, \quad (1)$$

其中 N 代表核子,包括质子 p 和中子 n , $A^\mu = (0, 0, Bx, 0)$ 是沿着 z 轴的恒定均匀外磁场的矢势, τ_0 是核子同位旋算符的第 3 分量, m_N 和 m_e 分别是核子和电子的质量, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$, 电磁场强张量 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, $\mu_N = 3.15245125921 \times 10^{18}$ MeV G⁻¹ 是核磁子, $g_p = 3.58569470156$ 和 $g_n = -3.8260854690$ 分别是质子和中

2004-11-17 收稿

* 国家自然科学基金(10275072)资助

子的磁回转系数. 由该 Lagrangian 得到质子、中子和电子满足的 Dirac 方程分别是:

$$\left[i\gamma_\mu \partial^\mu - e\gamma_\mu A^\mu - \frac{1}{4} g_p \mu_N \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m_p \right] \Psi_p = 0. \quad (2)$$

$$\left[i\gamma_\mu \partial^\mu - \frac{1}{4} g_n \mu_N \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m_n \right] \Psi_n = 0. \quad (3)$$

$$\left[i\gamma_\mu \partial^\mu - e\gamma_\mu A^\mu - m_e \right] \Psi_e = 0. \quad (4)$$

电子的 Dirac 方程中没有 AMM 项, 其解已在文

献[13]中给出.

对于质子, 可以取如下形式的解:

$$\Psi_p(X) \propto e^{-iEt + ik_y y + ik_z z} \Phi_p = e^{-iEt + ik_y y + ik_z z} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

代入 Dirac 方程(2), 则相应的定态 Dirac 方程可以写为

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} g_p \mu_N B - m_p & 0 & -k_z - E & -\xi_+ \\ 0 & -\frac{1}{2} g_p \mu_N B - m_p & -\xi_- & k_z - E \\ k_z - E & \xi_+ & \frac{1}{2} g_p \mu_N B - m_p & 0 \\ \xi_- & -k_z - E & 0 & -\frac{1}{2} g_p \mu_N B - m_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} = 0, \quad (6)$$

其中, 升降算符定义为

$$\xi_\pm \equiv -i\partial_x \mp i(k_y - eBx). \quad (7)$$

可以找到与该算符有关的函数组^[13]:

$$I_\nu(k_y, x) = \left(\frac{eB}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{1}{2}eB\left(x - \frac{k_y}{eB}\right)^2} \times \frac{1}{\sqrt{\nu!}} H_\nu \left[\sqrt{2eB} \left(x - \frac{k_y}{eB} \right) \right], \quad (8)$$

其中, Hermite 多项式

$$H_\nu(x) = (-1)^\nu e^{\frac{x^2}{2}} \frac{d^\nu}{dx^\nu} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

式(8)中 ν 取到 0 和 -1 时分别有

$$I_0(k_y, x) = \left(\frac{eB}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{1}{2}eB\left(x - \frac{k_y}{eB}\right)^2}, \quad (10)$$

$$I_{-1}(k_y, x) = 0. \quad (11)$$

可以验证:

$$\xi_+ I_\nu(k_y, x) = i\sqrt{2eB(\nu+1)} I_{\nu+1}(k_y, x), \quad (12)$$

$$\xi_- I_\nu(k_y, x) = -i\sqrt{2eB\nu} I_{\nu-1}(k_y, x), \quad (13)$$

$$\xi_+ \xi_- I_\nu(k_y, x) = 2eB\nu I_\nu(k_y, x), \quad (14)$$

$$\xi_- \xi_+ I_\nu(k_y, x) = 2eB(\nu+1) I_\nu(k_y, x), \quad (15)$$

即函数组 $I_\nu(k_y, x)$ 是算符 ξ_+ 、 ξ_- 和 $\xi_- \xi_+$ 的本征函数. 另外, 可以得到

$$\int dx I_\nu(k_y, x) I_\mu(k_y, x) = \delta_{\nu, \mu}, \quad (16)$$

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} I_\nu(k_y, x) I_\nu(k_y, x') = \delta(x - x'), \quad (17)$$

即函数组 $\{I_\nu(k_y, x)\}$ 构成了一组正交完备基, 可以在此基中求解 Dirac 方程(6).

取 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 和 ϕ_4 为函数组 $\{I_\nu(k_y, x)\}$ 的线性组合, 则方程(6)中的 ξ_\pm 可以写为 ν 的函数, 然后解这样写出的线性方程组, 得到质子的能谱为

$$E_{p, \nu}^{S, \pm}(k_z) = \pm \left[\left(\sqrt{m_p^2 + 2eB\nu} - S g_p \mu_N B \right)^2 + k_z^2 \right]^{1/2}, \quad (18)$$

其中 $S = \pm \frac{1}{2}$, \pm 号和 ν 分别代表 AMM 前取正负号、正负能解和 Landau 能级数. 和文献[13]中不考虑 AMM 的能谱比较可以看出, 质子 AMM 的引入解除了能级在自旋空间的简并. 相应的波函数为

$$\Psi_{p, \nu}^{S, \pm}(x, t) = \sqrt{\frac{E_{p, \nu}^{S, \pm}(k_z) + k_z}{2E_{p, \nu}^{S, \pm}(k_z)}} \frac{\sqrt{2eB\nu} e^{-iE_{p, \nu}^{S, \pm}(k_z)t + ik_y y + ik_z z}}{\left[\left(m_p + 2S \sqrt{m_p^2 + 2eB\nu} \right)^2 + 2eB\nu \right]^{1/2}} \times$$

$$\begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2eB\nu}} (m_p + 2S\sqrt{m_p^2 + 2eB\nu}) I_\nu(k_y, x) \\ \frac{E_{p,\nu}^{S,\pm}(k_z) - k_z}{-\frac{1}{2}g_p\mu_N B + 2S\sqrt{m_p^2 + 2eB\nu}} I_{\nu-1}(k_y, x) \\ \frac{i}{\sqrt{2eB\nu}} \frac{m_p + 2S\sqrt{m_p^2 + 2eB\nu}}{-\frac{1}{2}g_p\mu_N B + 2S\sqrt{m_p^2 + 2eB\nu}} [k_z - E_{p,\nu}^{S,\pm}(k_z)] I_\nu(k_y, x) \\ I_{\nu-1}(k_y, x) \end{pmatrix}. \quad (19)$$

可以验证:这组解是正交归一的.当 $\nu = 0$ 时,

$$\Psi_{p,0}^{\frac{1}{2},\pm}(\mathbf{x}, t) = iI_0(k_y, x) \sqrt{\frac{E_{p,0}^{\frac{1}{2},\pm}(k_z) + k_z}{2E_{p,0}^{\frac{1}{2},\pm}(k_z)}} \times$$

$$e^{-iE_{p,0}^{\frac{1}{2},\pm}(k_z)t + ik_y y + ik_z z} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k_z - E_{p,0}^{\frac{1}{2},\pm}(k_z)}{-\frac{1}{2}g_p\mu_N B + m_p} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$\Psi_{p,0}^{-\frac{1}{2},\pm}(\mathbf{x}, t) = 0, \quad (21)$$

所以 $S = \frac{1}{2}$ 时 ν 从 0 开始,而 $S = -\frac{1}{2}$ 时 ν 从 1 开始,这里校正了文献[14]中的符号错误.

对于中子,取如下形式的解:

$$\Psi_n(X) \propto e^{-iEt + ik \cdot x} \Phi_n = e^{-iEt + ik \cdot x} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

代入 Dirac 方程(3),则中子的定态 Dirac 方程可以写为

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}g_n\mu_N B - m_n & 0 & -k_z - E & -k_x + ik_y \\ 0 & -\frac{1}{2}g_n\mu_N B - m_n & -k_x - ik_y & k_z - E \\ k_z - E & k_x - ik_y & \frac{1}{2}g_n\mu_N B - m_n & 0 \\ k_x + ik_y & -k_z - E & 0 & -\frac{1}{2}g_n\mu_N B - m_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = 0, \quad (23)$$

该方程不含微分运算,可以较容易地解出中子的能谱和波函数,能谱为

$$E_n^{S,\pm}(\mathbf{k}) = \pm [(\sqrt{m_n^2 + k_x^2 + k_y^2} - Sg_n\mu_N B)^2 + k_z^2]^{1/2}, \quad (24)$$

其中 $S = \pm \frac{1}{2}$ 和 \pm 号分别代表 AMM 前取正负号和正负能解.和平面波的能谱 $\pm \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_n^2}$ 比较可以看出,中子 AMM 的引入也解除了能级在自旋空间的简并.相应的波函数为

$$\Psi_n^{S,\pm}(\mathbf{x}, t) = \sqrt{\frac{E_n^{S,\pm}(\mathbf{k}) + k_z}{2E_n^{S,\pm}(\mathbf{k})}} \times \frac{\sqrt{k_x^2 + k_y^2} e^{-iE_n^{S,\pm}(\mathbf{k})t + ik \cdot x}}{[(m_n + 2S\sqrt{m_n^2 + k_x^2 + k_y^2})^2 + k_x^2 + k_y^2]^{1/2}} \times$$

$$\begin{pmatrix} \frac{m_n + 2S\sqrt{m_n^2 + k_x^2 + k_y^2}}{k_x + ik_y} \\ -\frac{\frac{1}{2}g_n\mu_N B + 2S\sqrt{m_n^2 + k_x^2 + k_y^2}}{k_z + E_n^{S,\pm}(\mathbf{k})} \\ \frac{k_z - E_n^{S,\pm}(\mathbf{k})}{k_x + ik_y} \frac{m_n + 2S\sqrt{m_n^2 + k_x^2 + k_y^2}}{-\frac{1}{2}g_n\mu_N B + 2S\sqrt{m_n^2 + k_x^2 + k_y^2}} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

可以验证这组解是正交归一的.对比文献[11]我们看到手征表象中解的形式非常简洁.

3 中子星内壳层的自由费米气体

求解出了强磁场中的单粒子能谱和波函数,就

可以用统计的方法来进一步计算中子星内壳层的粒子数密度、能量密度和压强等量,从而得到中子星内壳层的 EOS 等性质.

β 平衡下的费米气体满足的化学平衡为

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e, \quad (26)$$

其中 μ_n, μ_p 和 μ_e 分别为中子、质子和电子的化学势. 整个中子星是电中性的^[15], 同样的推理可知: 中子星的任意一个宏观区域也应该如此, 即有

$$n_p = n_e, \quad (27)$$

其中 n_p 和 n_e 分别是质子和电子的数密度. 各种粒子的费米动量为

$$k_n^f(S) = [\mu_n^2 - (m_n - Sg_n\mu_n B)^2]^{1/2}, \quad (28)$$

$$k_{p,\nu}^f(S) = [\mu_p^2 - (\sqrt{m_p^2 + 2eB\nu} - Sg_p\mu_n B)^2]^{1/2}, \quad (29)$$

$$k_{e,\nu}^f = (\mu_e^2 - m_e^2 - 2eB\nu)^{1/2}, \quad (30)$$

根据上一节得到的波函数可求得粒子数密度为

$$n_n = \frac{1}{2\pi^2} \sum_S \left\{ \frac{1}{3} [k_n^f(S)]^3 - \frac{Sg_n\mu_n B}{2} \times \left[(m_n - Sg_n\mu_n B) k_n^f(S) + \mu_n^2 \left(\arcsin \frac{m_n - Sg_n\mu_n B}{\mu_n} - \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\}, \quad (31)$$

$$n_p = \frac{eB}{2\pi^2} \sum_S \sum_{\nu=0}^{\nu_p^f(S)} k_{p,\nu}^f(S), \quad (32)$$

$$n_e = \frac{eB}{2\pi^2} \sum_S \sum_{\nu=0}^{\nu_e^f(S)} k_{e,\nu}^f(S). \quad (33)$$

能量密度为

$$\begin{aligned} \epsilon_n = & \frac{1}{4\pi^2} \sum_S \left\{ \frac{1}{2} \mu_n^3 k_n^f(S) - \frac{2}{3} Sg_n\mu_n B \mu_n^3 \times \right. \\ & \left[\arcsin \left(\frac{m_n - Sg_n\mu_n B}{\mu_n} \right) - \frac{\pi}{2} \right] - \\ & \left[\frac{1}{3} Sg_n\mu_n B + \frac{1}{4} (m_n - Sg_n\mu_n B) \right] \times \\ & \left. \left[(m_n - Sg_n\mu_n B) k_n^f(S) \mu_n + (m_n - Sg_n\mu_n B)^3 \times \right. \right. \\ & \left. \left. \ln \left| \frac{k_n^f(S) + \mu_n}{m_n - Sg_n\mu_n B} \right| \right] \right\}, \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_p = & \frac{eB}{4\pi^2} \sum_S \sum_{\nu=0}^{\nu_p^f(S)} \left[k_{p,\nu}^f(S) \mu_p + \right. \\ & \left. (\sqrt{m_p^2 + 2eB\nu} - Sg_p\mu_n B)^2 \times \right. \\ & \left. \ln \left| \frac{k_{p,\nu}^f(S) + \mu_p}{\sqrt{m_p^2 + 2eB\nu} - Sg_p\mu_n B} \right| \right], \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_e = & \frac{eB}{4\pi^2} \sum_S \sum_{\nu=0}^{\nu_e^f(S)} \left[k_{e,\nu}^f(S) \mu_e + \right. \\ & \left. (m_e^2 + 2eB\nu) \ln \left| \frac{k_{e,\nu}^f(S) + \mu_e}{\sqrt{m_e^2 + 2eB\nu}} \right| \right], \quad (36) \end{aligned}$$

总的物质能量密度为

$$\epsilon_{\text{mat}} = \epsilon_n + \epsilon_p + \epsilon_e, \quad (37)$$

物质贡献的压强为

$$P_{\text{mat}} = \sum_i n_i \mu_i - \epsilon_{\text{mat}}, \quad (38)$$

其中 $i = p, n, e$. 而磁场贡献的能量密度和压强分别是^[16]

$$\epsilon_{\text{mag}} = \frac{B^2}{8\pi}, \quad (39)$$

$$P_{\text{mag}} = \frac{B^2}{8\pi}, \quad (40)$$

所以包含了场能的总能量密度为

$$\epsilon_{\text{tot}} = \epsilon_{\text{mat}} + \epsilon_{\text{mag}}, \quad (41)$$

而总压强为

$$P_{\text{tot}} = n_{\text{nuc}} \mu_n - \epsilon_{\text{mat}} + \frac{B^2}{8\pi}, \quad (42)$$

其中 $n_{\text{nuc}} = n_n + n_p$ 是核子数密度.

4 中子星内壳层的 EOS 等性质

把粒子数密度关于费米动量的表达式(31—33)代入电中性方程(27), 并把化学势关于费米动量的表达式(28—30)代入化学平衡方程(26), 得到由两个非线性方程组成的方程组. 可以用插值法来求解该非线性方程组, 得到不同磁场和密度时的重子数密度和化学势, 再代入总能量密度公式(41)和压强公式(42)得到 EOS. 为方便研究中子星的性质, 把计算结果列成表格(见表 1). 计算结果显示磁感应强度在 10^{12} — 10^{14} G 和不考虑 AMM 时磁场的贡献可以忽略, 在表中只列出了磁感应强度分别为 0, 10^{15} G 和 2×10^{15} G 且(在有磁场时)考虑核子 AMM 效应的 EOS. 用图表示的相应磁场时的 EOS(见图 1). 从上述表和图中可以看出, 在低密度段有磁场时的压强明显大于没有磁场的, 而高密度段则几乎看不到区别. 这可以从磁能对总能量密度和压强的贡献 $\frac{B^2}{8\pi}$ 的计算结果中得到解释. 当 $B = 10^{15}$ G 时, 该项对能量密度的贡献为 4.4271×10^7 g/cm³, 对压强为 3.9789×10^8 dyne/cm²; 当 $B = 2 \times 10^{15}$ G 时, 对能量密度的贡献为 1.7708×10^8 g/cm³, 对压强为 1.5915×10^{29} dyne/cm². 对比图或表可以看出, 磁能对能量密度的贡献始终

远小于物质部分的能量密度;但磁能对压强的贡献在密度较小时大于物质部分的贡献.仔细比较各种表 1 中的数值结果,发现有磁场和没有磁场的压强差值主要来自磁能贡献;由于磁能贡献 $\frac{B^2}{8\pi}$ 的大小与是否考虑核子 AMM 无关,所以这一结果也说明了核子 AMM 对中子星内壳层 EOS 的效应不明显.另外,对于普通中子星(非 AXP 或 SGR),由于其内壳层磁场 $\leq 10^{14}\text{G}$,计算结果显示其压强比无磁场时的压强增大的幅度不超过 3.5%,即磁场对普通中子星内壳层的 EOS 影响不大.

重子物质丰度也是一个重要的物理量,有观测效应^[1,17,18],也有一些理论研究^[12,19].质子丰度的计算结果(见图 2).由图可见,当 $B < 10^{15}\text{G}$ 时,各条曲线基本重合,即磁场对普通中子星内壳层的质子丰度几乎没有影响;对于 $B \sim 10^{15}\text{G}$ 的 AXP 和 SGR 内壳层,计算结果表明当 $B = 10^{15}\text{G}$ 或 $2 \times 10^{15}\text{G}$ 时,

在低密度段磁场的引入导致了质子丰度的增加,而且增幅随磁场的越强而增大.不过在所有情况下,质子丰度始终 $\leq 1\%$,中子星内壳层始终是丰中子物质,即磁场对质子丰度的影响不大.另外,从图中可以看出,不考虑核子 AMM 的虚线和考虑核子 AMM 的点线几乎重合,这说明核子 AMM 的效应还不明显.

综合这两方面的结果可以看到,虽然中子星内壳层的电子是相对论性的,但从电中性方程和质子丰度的数值结果可以知道电子的数目很少,电子的相对论性对 EOS 贡献不大;另一方面,通过和文献 [12] 比较,发现两处的数值结果是相近的,这些都说明在计算 EOS 时非相对论近似处理是基本恰当的.随着密度的增加各种粒子的费米能也不断增加,相对论效应可能会对中子星更内层的性质有较大影响.更高密度的 EOS 需要考虑强相互作用,这是我们目前正在研究的课题.

表 1 磁感应强度分别为 $0, 10^{15}\text{G}$ 和 $2 \times 10^{15}\text{G}$ 时的 EOS, 后两者中考虑了核子 AMM 并且在能量密度和压强中包括了磁场能

$\rho/$ (g/cm^3)	$B = 0$		$B = 10^{15}\text{G}$		$B = 2 \times 10^{15}\text{G}$	
	$\epsilon/$ (g/cm^3)	$p/$ (dynes/cm^2)	$\epsilon/$ (g/cm^3)	$p/$ (dynes/cm^2)	$\epsilon/$ (g/cm^3)	$p/$ (dynes/cm^2)
9.9993×10^{10}	1.0001×10^{11}	1.1591×10^{28}	1.0006×10^{11}	5.1424×10^{28}	1.0019×10^{11}	1.7085×10^{29}
2.0709×10^{11}	2.0715×10^{11}	3.8987×10^{28}	2.0720×10^{11}	7.8826×10^{28}	2.0733×10^{11}	1.9826×10^{29}
2.9708×10^{11}	2.9720×10^{11}	7.1131×10^{28}	2.9724×10^{11}	1.1097×10^{29}	2.9738×10^{11}	2.3041×10^{29}
4.0507×10^{11}	4.0527×10^{11}	1.1924×10^{29}	4.0532×10^{11}	1.5909×10^{29}	4.0545×10^{11}	2.7853×10^{29}
4.9507×10^{11}	4.9534×10^{11}	1.6657×10^{29}	4.9539×10^{11}	2.0643×10^{29}	4.9552×10^{11}	3.2587×10^{29}
6.0306×10^{11}	6.0345×10^{11}	2.3141×10^{29}	6.0349×10^{11}	2.7127×10^{29}	6.0362×10^{11}	3.9072×10^{29}
6.9305×10^{11}	6.9354×10^{11}	2.9176×10^{29}	6.9358×10^{11}	3.3163×10^{29}	6.9372×10^{11}	4.5108×10^{29}
8.0104×10^{11}	8.0166×10^{11}	3.7136×10^{29}	8.0171×10^{11}	4.1124×10^{29}	8.0184×10^{11}	5.3070×10^{29}
8.9104×10^{11}	8.9178×10^{11}	4.4345×10^{29}	8.9182×10^{11}	4.8333×10^{29}	8.9196×10^{11}	6.0278×10^{29}
9.9993×10^{11}	1.0008×10^{12}	5.3736×10^{29}	1.0009×10^{12}	5.7725×10^{29}	1.0010×10^{12}	6.9670×10^{29}
2.0709×10^{12}	2.0739×10^{12}	1.8069×10^{30}	2.0739×10^{12}	1.8467×10^{30}	2.0741×10^{12}	1.9664×10^{30}
2.9708×10^{12}	2.9763×10^{12}	3.2954×10^{30}	2.9763×10^{12}	3.3353×10^{30}	2.9765×10^{12}	3.4552×10^{30}
4.0507×10^{12}	4.0600×10^{12}	5.5222×10^{30}	4.0600×10^{12}	5.5623×10^{30}	4.0601×10^{12}	5.6824×10^{30}
4.9507×10^{12}	4.9636×10^{12}	7.7117×10^{30}	4.9636×10^{12}	7.7516×10^{30}	4.9637×10^{12}	7.8711×10^{30}
6.0306×10^{12}	6.0485×10^{12}	1.0710×10^{31}	6.0485×10^{12}	1.0750×10^{31}	6.0487×10^{12}	1.0869×10^{31}
6.9305×10^{12}	6.9531×10^{12}	1.3499×10^{31}	6.9531×10^{12}	1.3539×10^{31}	6.9533×10^{12}	1.3659×10^{31}
8.0104×10^{12}	8.0392×10^{12}	1.7177×10^{31}	8.0392×10^{12}	1.7217×10^{31}	8.0394×10^{12}	1.7337×10^{31}
8.9104×10^{12}	8.9447×10^{12}	2.0505×10^{31}	8.9447×10^{12}	2.0545×10^{31}	8.9449×10^{12}	2.0664×10^{31}
9.9993×10^{12}	1.0041×10^{13}	2.4840×10^{31}	1.0041×10^{13}	2.4879×10^{31}	1.0041×10^{13}	2.4999×10^{31}
2.0709×10^{13}	2.0848×10^{13}	8.3307×10^{31}	2.0848×10^{13}	8.3347×10^{31}	2.0848×10^{13}	8.3468×10^{31}
2.9708×10^{13}	2.9962×10^{13}	1.5166×10^{32}	2.9963×10^{13}	1.5170×10^{32}	2.9963×10^{13}	1.5182×10^{32}
4.0507×10^{13}	4.0933×10^{13}	2.5364×10^{32}	4.0933×10^{13}	2.5368×10^{32}	4.0934×10^{13}	2.5380×10^{32}
4.9507×10^{13}	5.0101×10^{13}	3.5366×10^{32}	5.0101×10^{13}	3.5370×10^{32}	5.0102×10^{13}	3.5382×10^{32}
6.0306×10^{13}	6.1131×10^{13}	4.9032×10^{32}	6.1131×10^{13}	4.9036×10^{32}	6.1132×10^{13}	4.9048×10^{32}
6.9305×10^{13}	7.0345×10^{13}	6.1718×10^{32}	7.0345×10^{13}	6.1722×10^{32}	7.0345×10^{13}	6.1734×10^{32}
8.0104×10^{13}	8.1427×10^{13}	7.8412×10^{32}	8.1427×10^{13}	7.8416×10^{32}	8.1427×10^{13}	7.8428×10^{32}
8.9104×10^{13}	9.0682×10^{13}	9.3491×10^{32}	9.0682×10^{13}	9.3495×10^{32}	9.0682×10^{13}	9.3507×10^{32}
9.9993×10^{13}	1.0190×10^{14}	1.1309×10^{33}	1.0190×10^{14}	1.1310×10^{33}	1.0190×10^{14}	1.1311×10^{33}

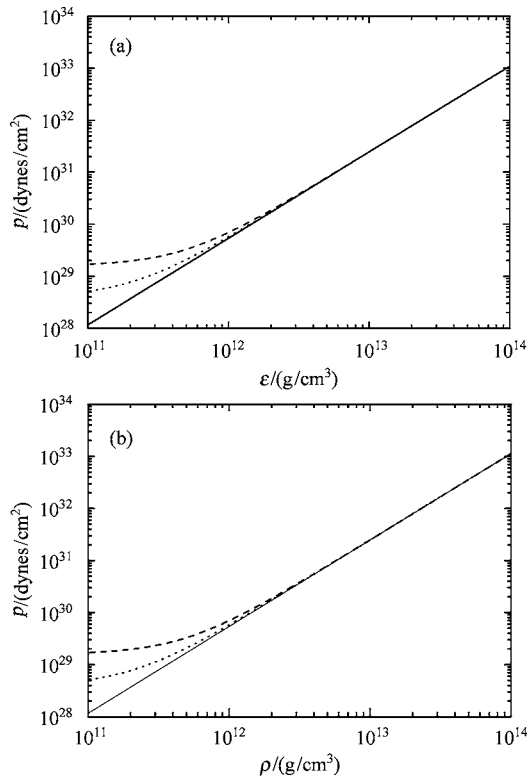


图 1 磁感应强度分别为 0(实线)、 10^{15} G(点线)和 2×10^{15} G(虚线)的中子星内壳层 EOS (a)压强 - 能量密度关系图;(b)压强 - 重子数密度关系图. 有磁场的情况中考虑了 AMM 并且在能量密度和压强中包括了磁场能.

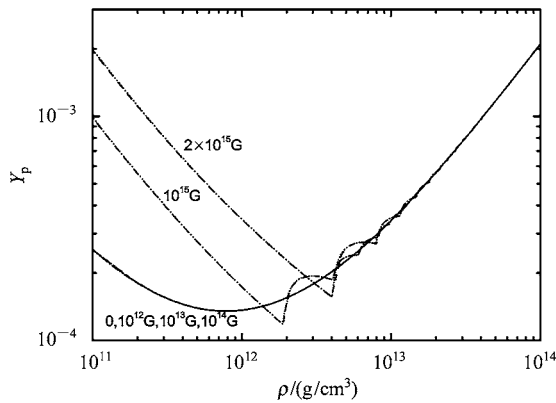


图 2 磁感应强度分别为 0, 10^{12} G, 10^{13} G, 10^{14} G, 10^{15} G 和 2×10^{15} G 时的质子丰度关于重子数密度的函数. 虚线和点线分别表示不包括和包括核子 AMM.

中子星的极化也是值得研究的中子星性质^[20].

通过计算各种粒子数密度中 $S = \frac{1}{2}$ 和 $S = -\frac{1}{2}$ 对应的比例,得到了各种情况下粒子的极化度(见图 3). 没有磁场时粒子不极化;在中子星内壳层磁场范围内中子的极化度始终小于 1.5%,这说明磁场对中

子极化度的影响很小.图 3 中上半部分给出不考虑 AMM 的质子极化度,下半部分显示有 AMM 时的质子极化度.有无磁场时的电子极化度都可以用上半部分来表示是因为电子 AMM 如第 2 节所述被电子自能高阶项抵消而不予以考虑.从图中可以看出,在两种情况中粒子极化度都随着磁场的增强而增大;有核子 AMM 的质子极化度明显大于没有核子 AMM 时相应磁场和密度的值,即便对于内壳层磁场 $< 10^{15}$ G 的普通中子星,低密度段 ($\rho \sim 10^{11}$ g/cm³) 的质子极化度也达到了 100%,这明显大于没有核子 AMM 时的情形,由此可见 AMM 对 AXP,SGR 和普通中子星内壳层的质子极化度都有显著的影响.

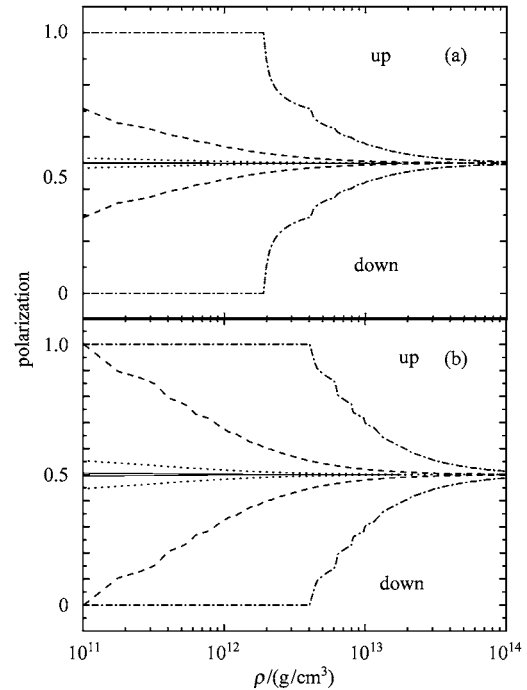


图 3 粒子极化度 - 重子数密度关系图 (a)为不考虑 AMM 时的质子极化度;(b)为考虑 AMM 时的质子极化度.实线、点线、虚线和点划线分别表示磁感应强度为 10^{12} G, 10^{13} G, 10^{14} G 和 10^{15} G 时的情形.

5 总结

以低温高密下的 EOS 为主的中子星物理研究已经成为物理学和天体物理学中的研究热点,强磁场的效应是其中一个重要课题.中子星的内壳层占中子星半径约 10% 和质量约 1%,除了其 EOS 对中子星整体性质有贡献外,质子丰度等性质也对脉冲星的观测有重要影响.本文在手征表象中解出了强磁场中考虑核子 AMM 的费米子能谱和波函数,并且

用自由费米气体模型计算了 EOS,发现中子星内壳层的压强随密度和磁场的增加而增大;虽然质子丰度会随磁场增强而增大,但中子星内壳层始终是丰中子物质.磁场对中子星内壳层的质子极化度有很大影响,加入核子 AMM 后影响更大,将使 AXP,SGR 和普通中子星内壳层都存在质子完全极化的区域.

在以后的工作中我们将用微扰方法重新计算强磁场中电子的自能,来得到高阶项的具体表达式,用于中子星物理的研究.

作者感谢与杜东生研究员、张宗桦研究员和茅广军研究员的有益讨论.

参考文献 (References)

- 1 Lattimer J M, Prakash M. *Science*, 2004, **304**:536
- 2 Michel F C. *Theory of Neutron Star: Magnetospheres*. Chicago: University of Chicago Press, 1991
- 3 Mazets E P, Golenetskii S V, Il'inskiĭ V N et al. *Nature*, 1979, **587**: 282
- 4 Rothschild R E, Kulkarni S R, Lingefelter R E. *Nature*, 1994, **432**:368
- 5 Kouveliotou C et al. *Nature*, 1998, **235**:393
- 6 Woods P M et al. *Astrophys. J.*, 1999, **L139**:519
- 7 Chakrabarty S, Bandyopadhyay D, Pal S. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**:2898
- 8 Schwinger J. *Phys. Rev.*, 1948, **73**:416
- 9 Schwinger J. *Phys. Rev.*, 1951, **82**:664
- 10 Duncan R C. *Physics in Ultra-strong Magnetic Fields*. In: Fifth Huntsville Gamma-Ray Burst Symposium. Kippen R M, Mallozzi R S, Fishman G J. New York: AIP, 2000. 830 (Preprint: astro-ph/0002442)
- 11 Broderick A, Prakash M, Lattimer J M. *Astrophys. J.*, 2000, **537**: 351
- 12 Suh I S, Mathews G J. *Astrophys. J.*, 2001, **546**:1126
- 13 Kobayashi M, Sakamoto M. *Prog. Theo. Phys.*, 1983, **70**(5): 1375
- 14 MAO G, Iwamoto A, Li Z. *Chin. J. Astron. & Astrophys.*, 2003, **3**: 359
- 15 Glendenning N K. *Compact Stars*. New York: Springer, 2000
- 16 Landau L D, Lifshitz E M, Pitaevskiĭ L P. *Electrodynamics of Continuous Media*. New York: Pergamon, 1984
- 17 Potekhin A Y, Chabrier G. *Astrophys. J.*, 2003, **585**:955
- 18 ZHANG F S, CHEN L W. *Chin. Phys. Lett.*, 2001, **18**:142
- 19 MAO G, Kondratyev V N, Iwamoto A et al. *Chin. Phys. Lett.*, 2003, **20**:1238
- 20 Potekhin A Y, Lai D, Chabrier G. *Astrophys. J.*, 2004, **612**:1034

Equation of State and Proton Ratio on the Inner Shell Layer of Neutron Stars^{*}

WEN Hai-Bao

(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract We calculate the energy spectra and eigenfunctions of nucleons in a constant magnetic field. Concrete solutions of the Dirac equation including the anomalous magnetic moment (AMM) of nucleons are provided in the chiral representation. They are then used to investigate the equation of state (EOS) and particle ratios on the inner shell layer of neutron stars. The results show that the magnetic energy of strong field will increase the pressure on the inner shell layer neutron star, but the matter remains to be a neutron-rich matter. It is found that the AMM has evident effects on the proton polarization.

Key words inner shell layer of neutron stars, equation of state, strong magnetic field, anomalous magnetic moment