

不同能区核-核碰撞实验中高多重数, 大起伏的事件性质的分析*

——与物理模型无关的统计分析

兰洵¹⁾ 钱琬燕²⁾ 蔡勖

(华中师范大学物理科学与技术学院 武汉 430079)

摘要 报道了用不依赖于任何物理模型的纯数理统计的方法对EMU01实验组200A GeV的³²S与固定的Au靶碰撞中较高多重数和较大起伏事例的数据和STAR实验组在核-核质量中心能量为 $\sqrt{s_{NN}}=200\text{GeV}$ 的Au+Au碰撞中较高多重数和较大起伏事例的数据所做的分析. 对3个相差很远的能区——固定靶加速器能区, 核-核碰撞机能区以及宇宙线能区所得的分析结果进行了比较, 并对所得的结果进行了讨论.

关键词 稳定分布 稳定性 平稳性 标度无关性 全局统计依赖性

1 引言

在核-核碰撞过程中会有大量的强子产生, 这是人们上世纪中叶在还没有适当的高能核加速器和核-核碰撞机时就已经从宇宙射线物理中所知道的事实. 特别是在高能核加速器和核-核碰撞机发展之后, 在这方面获得了大量的实验数据^[1-5]. 在理论方面通过许多人的努力也已经对这类实验事实有了相当多的定性的甚至是定量的描述(参看文献[1-5]及其中所引用的文献). 但由于在强相互作用中尚没有一个一般的, 在各种大小的动量转移都适用的理论. 因此, 上述各种理论描述都是在某些假定的物理模型, 某组选定的参数下进行计算所得的结果. 这和在弱电物理中理论与实验的关系相比起来, 尚有许多不理想或不足之处(参看文献[1-5]及其中所引用的文献). 这或许就是为什么在上世纪70年代就有人问^[6, 7]: 是否可以尽量通过不依赖于模型和给定参数的方法对数据做分析, 从中获取强子在产生时是如何形成集团的信息呢?

我们知道: 高多重数的事件是在被观察的事件中

粒子产生比较多的情况, 因此对高多重数事例的研究是被认为可以通过用统计方法从中获得有用的信息的. 对起伏现象的研究无论是在平衡系统或是非平衡系统中都是重要的, 其历史可以追溯到早期人们在各种领域中对起伏现象所做的重要贡献中^[8-13], 例如经济学、地震学、水文学, 甚至在通常不太被人们所关注的宇宙射线物理中. 从实验的角度来说, 大起伏事例存在的原因是人们不清楚, 但想知道的. 人们特别感兴趣的问题是: 这种大的起伏仅仅是一些平庸的统计现象呢? 还是来自某些未知的动力学呢? 这也是我们将注意力集中在高多重数和大起伏的实验数据上, 通过不依赖于模型和给定参数的方法对其做分析, 而从中获取强子产生的一些有用的信息的原因. 刘勤和孟大中在他们的文章^[12, 13]中, 把注意力集中在这样的实验数据上, 参考了Mandelbrot等人在经济学中和Hurst等人在水文学中所用的纯数理统计的方法^[8, 11], 以1986年美国-日本乳胶合作实验组(JACEE)所公布的两个宇宙射线事例中最高多重数(JACEE1)和最大能量(JACEE2)的事例为例, 指出了如何用不依赖于

2005-06-27 收稿, 2005-09-06 收修改稿

* 国家自然科学基金(70271064, 10475031)资助

1) E-mail: lanxun@mail.ccnu.edu.cn

2) E-mail: qianwy@phy.ccnu.edu.cn

任何物理模型的方法对高多重数和/或大起伏的事例做分析的方法. 所得的结果显示, 将这种方法应用到高能碰撞的实验数据上来的确是能从中获得相当突出的, 没有被预料到的信息的.

本文则是对文献[12, 13]中引入的方法的普适性的一个检验, 将其方法应用于能量较低的实验数据: EMU01 实验组 200A GeV 的 ^{32}S 与固定的 Au 靶碰撞中高多重数和大起伏的事例, 和 STAR 实验组 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200\text{GeV}$ 的 Au+Au 碰撞中高多重数和大起伏的事例中, 报道了分析的结果, 并通过比较不同实验组的差异对所得的结果做了讨论.

2 稳定分布

众所周知, 有限方差的存在是一般的统计应用的一个基本假设. 但自从1960年起, 在很多领域都观察到了大量的无限方差的分布^[8-10]. 为了解释这一现象, Mandelbrot 等人在经济学中引入了稳定分布(见文献[8]以及其中所引用的文献), 而稳定分布的极限情况, 是方差有限的高斯分布, 而且只有在这种情况下下的稳定分布的方差才是有限的. 刘勤和孟大中将这种一般性地讨论稳定分布的方法应用到高能强子产生过程中来^[12], 观察到了 JACEE 数据的稳定性、平稳性以及标度无关性.

在此, 需要回忆(参看文献[12]和其中所引用的文献)赝快度 η 是一个连续的变量, 它所对应的多重数 $dN/d\eta(\eta)$ 是可以被很好地测量的. 因此在动力学区域所允许的任意间隔 $\Delta\eta$ 内对多重数做讨论是有意义的. 在文献[12]中相应于 Mandelbrot 在经济学中的变量, 定义:

$$L(\eta, \Delta\eta) = \ln \frac{dN}{d\eta}(\eta, \Delta\eta) - \ln \frac{dN}{d\eta}(\eta), \quad (1)$$

并对此变量的统计性质做了讨论. 本文采用文献[12]中的定义, 对另外两个完全不同的能区的核-核碰撞事例做了相同的分析.

在报道该分析结果之前, 先对本文所用的实验数据做一个简单地介绍. EMU01 的数据记录的是在实验室系中末态带电强子 η 的大小, 由于实验的能量较低, 产生的多重数也比较少, 为了分析的方便选取 0.2 为最小的 $\Delta\eta$, 这样避免了在 $\Delta\eta$ 间隔中出现 0 的情况. 图 1(a) 是 EMU01 实验组中多重数为 210 的事例, $\eta \in [-0.2, 5.8]$, 有 30 个大小为 0.2 的 $\Delta\eta$, 因此有 29 个不同的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 变量. 图 1(b) 是 EMU01 实验组中多重数为 223 的事例, $\eta \in [0, 6.4]$, 有 32 个大小为 0.2 的

$\Delta\eta$, 因此有 31 个不同的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 变量. STAR 的数据是质心系中, $\eta \in [-1.0, 1.0]$ 的带电强子多重数的分布. 实验家们所选取的 $\Delta\eta$ 是 0.1, 在做分析时, 也是选取 0.1 为最小的 $\Delta\eta$, 因此每个事例有 20 个大小为 0.1 的 $\Delta\eta$ (见图 1(c), (d)), 有 19 个不同的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 变量.

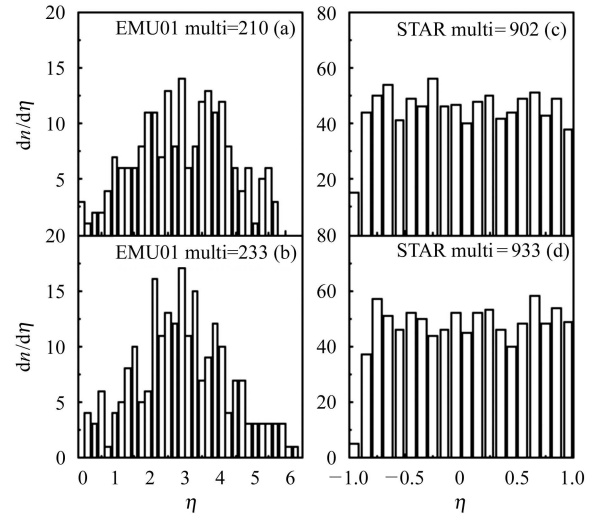


图 1 4 个事例的多重数随 η 的分布

为了研究 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的统计性质, 首先来看一般情况下不同大小的样本(记为 n , 是样本中 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的数目)所对应的“跑动样本平均值” $\bar{L}_n(\Delta\eta)$

$$\bar{L}_n(\Delta\eta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L(\eta_i, \Delta\eta), \quad (2)$$

和“跑动样本方差” $S_n^2(\Delta\eta)$

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [L(\eta_i, \Delta\eta) - \bar{L}_n(\Delta\eta)]^2, \quad (3)$$

这是因为 $\bar{L}_n(\Delta\eta)$ 和 $S_n^2(\Delta\eta)$ 是否是有限的对这些样本的统计性质是非常重要的(参看文献[12]和其中所引用的文献).

对“跑动样本平均值”的分析结果是: EMU01 和 STAR 实验组的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的平均值都是有限的, 其值都为 0, 见图 2. 从图中可以看到随 n 的增加, $\bar{L}_n(\Delta\eta)$ 很快地趋近于 0. 这和 JACEE 数据的结论是一致的(见文献[12]).

对“跑动样本方差”的分析结果是: 在所分析的 EMU01 实验组的 18 个较高多重数和较大起伏的事例中有 61% 的事例的方差是无限的. 在这些方差无限的事例中, $L(\eta, \Delta\eta)$ 的方差随 n 的变化情况可以分成两类: 有 36% 的事例的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的方差随 n 的变化成幂次关系, 在这种情况下, 方差一定是无限的, 见图 3(b); 另外的 64% 的事例的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的方差随 n 的变化毫无规律, 也把这种情况视为方差是无限的, 见图 3(a). 在

所分析的STAR实验组的50个较高多重数和较大起伏的事例中有84%的事例的方差是无限的. 在这些方差无限的事例中 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的方差随 n 的变化情况同样地可分为两类: 79%的事例的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的方差随 n 的变化成幂次关系, 见图3(c), (d); 剩下的21%的事例的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的方差随 n 的变化毫无规律. 而JACEE数据的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的方差也是无限的(见文献[12]).

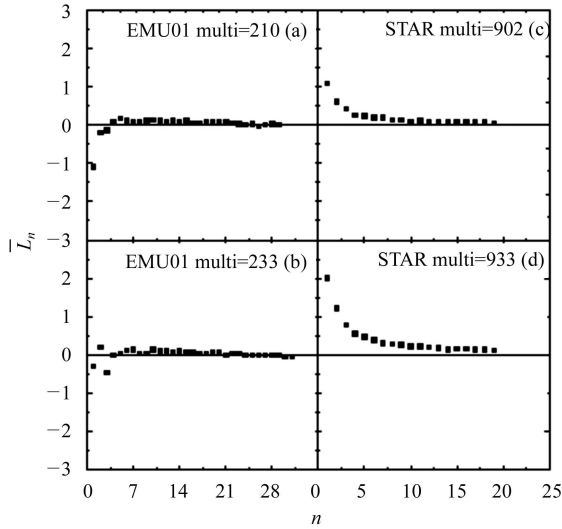


图2 4个事例的“跑动样本平均值”随样本大小的变化

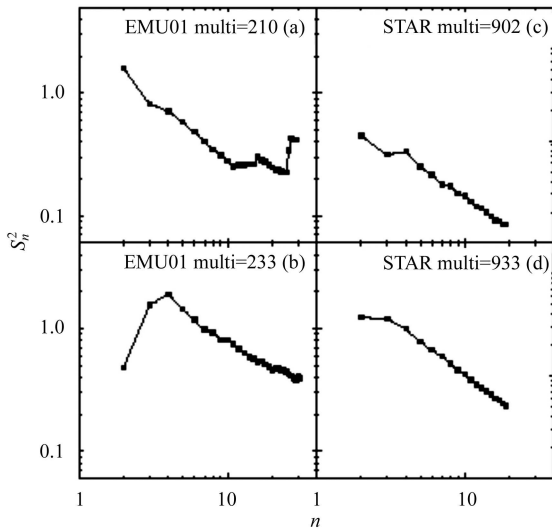


图3 4个事例的“跑动样本方差”随样本大小的变换

有了以上的分析结果, 根据Mandelbrot等人在经济学中引入描述平均值有限, 方差无限的分布——稳定分布的知识^[8], 自然就要问: 这两个实验组中大部分的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的平均值有限, 方差无限的事例所对应的变量 $L(\eta, \Delta\eta)$ 是否是稳定的随机变量呢? 接下来, 本文将从稳定性、平稳性和标度无关性这3个方面来讨论 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的统计性质.

依照 $L(\eta, \Delta\eta)$ 是稳定随机变量的充分和必要条件: 对大于1的整数 m , 存在常数 c_m, γ_m 使:

$$S_m = \sum_{i=1}^m L(\eta_i, \Delta\eta), \quad (4)$$

$$c_m^{-1}(S_m - \gamma_m) \stackrel{d}{=} L, \quad (5)$$

其中 $\stackrel{d}{=}$ 表示具有相同的分布, $c_m = m^{1/\alpha}$, $0 < \alpha \leq 2$, γ_m 是一个任意的实数. 按文献[12]的方法, 计算出同一事例中不同 m 值所对应的(5)式左边的表达式所确定的变量 N_m , 通过检验这个量和 $L(\eta, \Delta\eta)$ 是否具有相同的尾分布来验证 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的稳定性. 由于实验数据样本大小和快度大小的限制, 只能取 m 为2和3对EMU01实验组和STAR实验组中方差无限的事例做了分析. 所得的结果是EMU01和STAR实验组的事例的 N_m 的尾分布并不像文献[12]图5和图6中JACEE实验组的事例那样和 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的尾分布符合得好, 见图4.

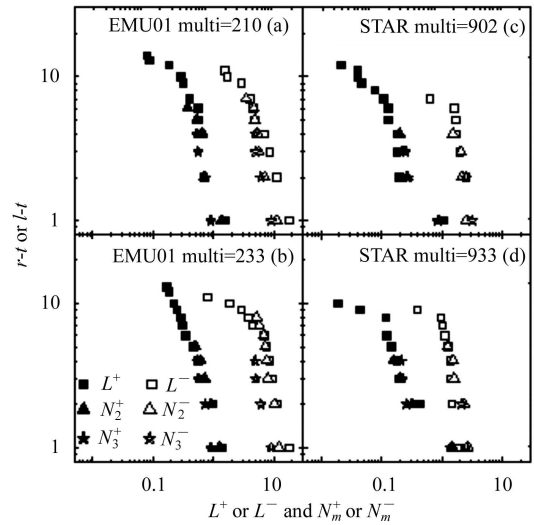


图4 4个事例的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 和 N_m 的尾分布

其中 $m = 2, 3$. 纵坐标 $r-t$ 和上标“-”表示的是变量小于零的尾分布, 纵坐标 $l-t$ 和上标“+”表示的是变量大于零的尾分布.

对 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的平稳性, 文献[12]是通过直接比较不同能量、不同碰撞核所产生的事例的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的尾分布是否相同来验证JACEE事例的平稳性的, 见文献[12]图7. 本文采用同样的方法对EMU01和STAR的事例做了分析. 所得的结论是: 无论是相同能量、相同碰撞核所产生的事例还是不同能量、不同碰撞核所产生的事例所对应的 $L(\eta, \Delta\eta)$ 的尾分布都是不完全相同的, 见图4.

这个结论是否在告诉我们, 在这两组实验数据中稳定性和平稳性是不存在的呢? 首先, 对于EMU01的事例, 他的能量是较低的, 因此其多重数和起伏都

是较低的. 而文献[12]指出他们的方法是能对高多重数和大起伏的事例做解释. 其次对于STAR的数据, 快度区间 $\eta \in [-1.0, 1.0]$, 这只是一个事例中的一部分, 并且当取JACEE事例中 $\eta \in [-1.0, 1.0]$ 的数据做稳定性和平稳性的分析时, 所得的结果也是不像文献[12]中图7那样符合得好, 这个事实是否告诉我们: 只取 $\eta \in [-1.0, 1.0]$ 之间的数据做检验所得的结果和文献[12]的结果有差异不是完全在意料之外的呢?

对 $L(\eta, \Delta\eta)$ 标度无关性的检验, 文献[12]是通过看“跑动样本方差”的尾分布 $P(S_n^2 > s_n^2)$ 随“跑动样本方差” $S_n^2(\Delta\eta)$ 的变化是否是幂次来讨论的. 对EMU01和STAR实验组中方差无限的事例做了相同的分析, 所得的结论是这两个实验组的 $P(S_n^2 > s_n^2)$ 随 $S_n^2(\Delta\eta)$ 的变化的是幂次的. 见图5.

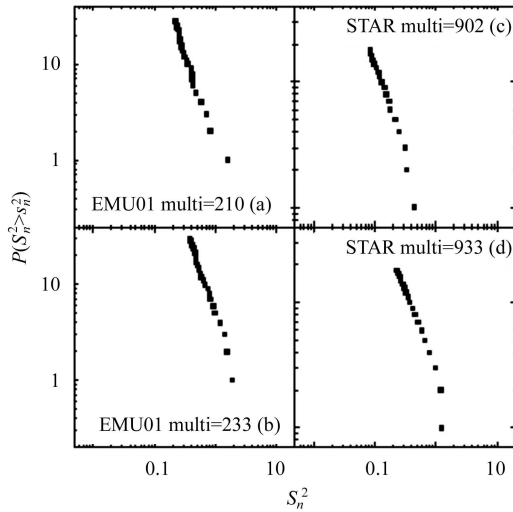


图5 4个事例的方差的尾分布

3 Hurst 定律

前面发现了大量的方差无限的高能核-核碰撞的事例. 我们知道, 讨论全局统计依赖性的谱分析是要求方差有限的^[14]. 那么该如何讨论这种方差无限的事例的全局统计依赖性呢? 文献[13]引入在水文学中的Hurst定律对JACEE事件做了讨论, 并得到了JACEE事例具有全局统计依赖性的结论.

记 Y_{\max}^{total} 为一个事件的总快度区间. 在其子快度区间 $[y_i, y_f]$ 内, $Y_{\max} = y_f - y_i$ 为所讨论的快度区间的间隔. 同时, 在 Y_{\max} 内选取一段间隔为 Y 的快度区域, $Y \leq Y_{\max}$, 则在区间 Y 内变量 $\ln[dN/dy(y)]$ 的平均值和方差为

$$\left\langle \ln \frac{dN}{dy} \right\rangle_{y_i, Y} = \frac{1}{Y} \sum_{y=y_i}^{y_i+Y} \ln \frac{dN}{dy}(y), \quad (6)$$

$$S(y_i, Y) = \left\{ \frac{1}{Y} \sum_{y=y_i}^{y_i+Y} \left[\ln \frac{dN}{dy}(y) - \left\langle \ln \frac{dN}{dy} \right\rangle_{y_i, Y} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (7)$$

$\ln[dN/dy(y)]$ 偏离平均值的累积量为

$$X(y_i, y, Y) = \sum_{u=y_i}^{y_i+y} \left[\ln \frac{dN}{dy}(u) - \left\langle \ln \frac{dN}{dy} \right\rangle_{y_i, Y} \right], \quad (8)$$

定义程为

$$R(y_i, Y) = \max_{0 \leq y \leq Y} X(y_i, y, Y) - \min_{0 \leq y \leq Y} X(y_i, y, Y), \quad (9)$$

若

$$\frac{R}{S}(y_i, Y) \propto Y^{H(y_i)}, \quad (10)$$

成立, 且 $0 < H(y_i) < 1$, 则Hurst定律成立. 当 $H(y_i) = 0.5$ 时, $\ln[dN/dy(y)]$ 统计独立; $H(y_i) \neq 0.5$ 时, $\ln[dN/dy(y)]$ 具有全局统计依赖性.

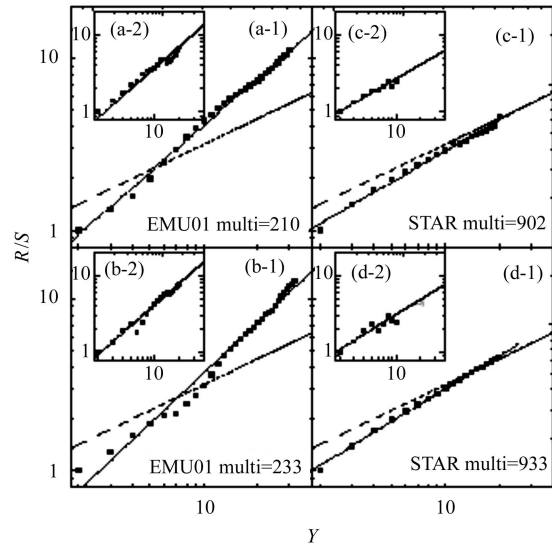


图6 对4个事例所做的Hurst定律的检验
虚线所对应的是 $H = 0.5$ 的情况.

将以上的方法应用到EMU01和STAR的数据中(赝快度可以作为快度的一个很好的近似, 见文献[13]). 所得的结论是: Hurst定律是普遍成立的, 且EMU01实验组的 $H(y_i)$ 指数都在0.9左右, STAR实验组的 $H(y_i)$ 指数都在0.6左右(见图6(a-1), (b-1), (c-1), (d-1)), 即这两个实验组的末态带电强子的快度分布是具有全局统计依赖性的. 并且通过对同一个事例中不同的快度区间作Hurst定律的分析, 发现Hurst定律的成立和Hurst指数的大小都是不依赖于快度区间的选择的(见图6(a-2), (b-2), (c-2), (d-2)). 这和文献[13]的结论是一致的. 图6(a-1)的快度区间是 $[-0.2, 5.8]$; 图6(a-2)的快度区间是 $[1.0, 4.8]$; 图6(b-1)的快

度区间是 $[0, 6.4]$; 图6(b-2) 的快度区间是 $[1.2, 5.0]$; 图6(c-1) 和图6(d-1) 的快度区间都是 $[-1.0, 1.0]$; 图6(c-2) 和图6(d-2) 的快度区间都是 $[-0.5, 0.5]$.

4 结论

从以上的分析知, 在 EMU01 和 STAR 的数据中, 看到了大部分的事例的方差是无限的, 而且这样的事例是具有标度无关性的. 对稳定性和平稳性的检验结果和 JACEE 事件的检验结果相比是有一定的差距的, 但是否能因此就下结论说稳定性和平稳性在能量较低

时根本不存在, 在没有和更多的数据做比较之前就下这样的结论似乎太早.

通过对相同的事例做 Hurst 定律的分析, 发现这两个实验组的事例是普遍存在 Hurst 定律的, 并且这两个实验组的事例所对应的变量 $\ln[dN/dy(y)]$ 是具有全局统计依赖性的.

感谢许怒教授, 刘峰教授和刘志旭为本文提供的 STAR 实验组 $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{GeV}$ 的 Au+Au 碰撞的实验数据. 同时也感谢孟大中教授和刘勤在讨论中所提出的宝贵意见.

参考文献(References)

- 1 De Wolf E A et al. Phys. Rep., 1996, **270**: 48
- 2 Stenlund E et al. Nucl. Phys., 1989, **A498**: 541C
- 3 Adcox K et al. nucl-ex/0410003
- 4 Back B B et al. nucl-ex/0410022
- 5 Adams J et al. nucl-ex/0501009
- 6 Ludlam T, Slansky R. Phys. Rev., 1973, **D8**: 1408
- 7 Ludlam T, Slansky R. Phys. Rev., 1975, **D12**: 59
- 8 Mandelbrot B B. Fractals and Scaling in Finance. Berlin: Springer, 1997
- 9 Mandelbrot B B. J. Business., 1963, **36**: 394
- 10 Mandelbrot B B. J. Business., 1967, **40**: 393
- 11 Feder J. Fractals. New York: Plenum Press, 1988
- 12 LIU Qin, MENG Ta-Chung. Phys. Rev., 2004, **D69**: 054026
- 13 LIU Qin, MENG Ta-Chung. hep-ph/0404016
- 14 Mandelbrot B B. Gaussian Self-Affinity and Fractals. Berlin: Springer, 2001

Model-Independent Statistical Analyses of High-Multiplicity and Larger-Fluctuation Data in Different Energy-Ranges*

LAN Xun¹⁾ QIAN Wan-Yan²⁾ CAI Xu

(College of Physical Science and Technology, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract High-multiplicity and large-fluctuation data for nucleus-nucleus collision processes at different energy-ranges are analyzed in an event-by-event manner, by using model-independent statistical methods. The result of the analyses obtained by using CERN-EMU01(³²S on fixed Au target at 200AGeV) data and that obtained by using RHIC-STAR(Au+Au at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{GeV}$) data are compared with each other; they are also compared with the existing result obtained by using JACEE-data at cosmic-ray energies. The results of such comparison are presented and discussed.

Key words stable distribution, stability, stationarity, scaling, global statistical dependence

Received 27 June 2005, Revised 6 September 2005

*Supported by NSFC (70271064, 10475031)

1) E-mail: lanxun@mail.ccnu.edu.cn

2) E-mail: qianwy@phy.ccnu.edu.cn