

束腔相互作用的导纳分析方法

黄贵荣¹⁾

(中国科学技术大学国家同步辐射实验室 合肥 230029)

摘要 在导纳坐标系中, 基于束流的导纳等效, 对束腔相互作用进行了分析, 得到了相关物理量的表达式. 利用这些公式, 研究了注入过程中重束流负载的瞬态Robinson不稳定性. 与传统的方法相比, 导纳分析的推导比较简明, 表达式更具有物理直观性.

关键词 束流负载效应 束腔相互作用 Robinson不稳定性 高频系统

1 引言

在加速器研究中束流负载效应是非常重要的问题. 环形加速器束流负载效应研究的第一个里程碑是Robinson提出的Robinson不稳定性^[1]. P.B.Wilson, M.Sands等在此基础上发展了束腔相互作用等效模型的矢量分析理论^[2, 3]. 20世纪70年代中期关于束流负载效应研究的理论基础和方法就已经完全建立, 而后的研究主要是分析具体问题, 用于解决问题的方法如各种物理量的定义以及计算公式没有太大变化. 本文在对合肥光源(HLS)储存环束流负载效应的分析以及高频参数的测量中发现, 如果从微波工程技术的角度出发, 适当引入一些新的定义, 并在此基础上对一些基本公式重新表达, 可以使公式更具有物理直观性, 并且和低频测量建立对应关系. 当然这仅仅是形式的变化, 理论基础并没有改变.

2 束腔相互作用的等效模型

高频腔可用分立元件RLC并联谐振电路等效. 由此得到人们常用的图1等效电路. 图2是图1的简化. I_b 为束流的高频分量, I_g 为发射机电流. R_s 是高频腔无载分路阻抗, R_0 是 I_g 的内阻, 为了简化分析, 假定高频功率源为匹配的(实际情况中源的匹配往往用环行器实现), 得到图3源端等效电路. R_0 等于传输线的特性阻抗, 而传输线的特性阻抗与 R_s 的关系由腔的耦

合系数 β 决定:

$$\beta = \frac{R_s}{R_0}, \tag{1}$$

有载分路阻抗 R 为

$$R = \frac{R_s}{1 + \beta}. \tag{2}$$

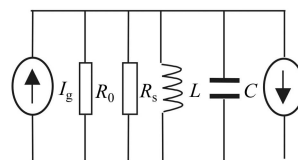


图1 高频腔分立元件等效电路

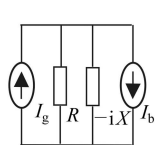


图2 负载端简化电路

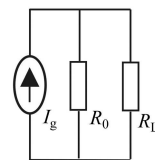


图3 源端等效电路 ($R_L = R_0$)

3 束腔相互作用的传统分析方法

传统方法的一般步骤是: 首先推导等效电路的阻抗表达, 然后得到 I_g 和 I_b 在腔上建立的电压, 利用矢量合成得到总腔压 V_c , 基本的矢量关系就齐备了. 再利用三角函数关系导出相关表达式. 束腔相互作用研究的理论体系已非常成熟, 分析方法可见诸大量文献, 本文不展开详细推导. 传统方法的特点是由于进行了很多有关角度的变换, 公式中变量之间的物理关联有

2005 - 09 - 19 收稿

1) E-mail: grhuang@ustc.edu.cn

时候不明显,有些表达式特别长,例如发射机功率的一种表达(式中 φ_s 是同步相角, ψ 为阻抗定义的失谐角)^[4]

$$P_g = \frac{V_c^2}{2R} \cdot \frac{(1+\beta)^2}{4\beta} \cdot \frac{1}{\cos^2 \psi} \times \left\{ \left[\cos \varphi_s + \frac{I_b R}{V_c(1+\beta)} \cos^2 \psi \right]^2 + \left[\sin \varphi_s + \frac{I_b R}{2V_c(1+\beta)} \sin 2\psi \right]^2 \right\}. \quad (3)$$

这样的公式只适用于计算,进行物理量分析几乎不可能.问题的根源在于:1) 矢量运算是在阻抗复平面上,变量一经直角坐标分解,容易失去原有的含义和关联.2) 本质而言,这是一个相当简单的并联电路的求解问题,所有的公式在微波传输线理论中都已经导出.但在束腔相互作用的分析中,如果太拘泥于系统中有2个电源,处理起来就不容易找到简明的表达.实际上完全可以从外部观察者(源端)的角度看待束流加载高频腔,外部观察者不能(也不需要)直接看到束流,但是通过测量正反向功率,就可以知道束流引起的终端阻抗的变化,从而建立与束流的各种关系.对于并联电路,这样的处理在导纳空间进行比较简单,因为导纳可以直接加减.有不少文献中已经注意到导纳表达的方便之处,由此得到了很多简单的公式^[5,6].通过总结比较前人工作的特点,本文以系统化的方式提出基于导纳的分析方法.

4 基于导纳的分析方法

新的分析方法采用导纳极坐标(图4).腔压 V_c 作为零轴,角度采用导纳定义(从电压指向电流). φ_s 是束流同步相角, ψ 和 ψ^* 在下述推导中定义.

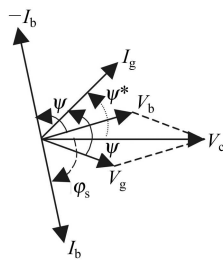


图 4 导纳极坐标中的矢量关系

4.1 匹配源加载任意终端负载的基本公式

从源端等效电路得到

$$P_L = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} I_g \right)^2 R_0 = \frac{1}{8} I_g^2 R_0$$

P_L 是在传输线上测得的发射机输出功率,也就是 I_g 给高频腔的正向输入功率.明确起见,用 P_g 表示:

$$P_g = \frac{1}{8} I_g^2 R_0. \quad (4)$$

再看负载端等效电路的简化形式(图2,但无束流)

$$Y = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_s} + i \frac{1}{X} = \frac{1}{R} + i \frac{1}{X}. \quad (5)$$

定义 ψ 为负载的导纳失谐角(与阻抗定义的符号相反)

$$Y = \frac{1}{R \cos \psi} e^{i\psi} = \frac{1}{R} + i \frac{\operatorname{tg} \psi}{R}, \quad (6)$$

$$\frac{\operatorname{tg} \psi}{R} = \frac{1}{X}, \quad (7)$$

$$Z = \frac{1}{Y} = R \cos \psi \cdot e^{-i\psi}. \quad (8)$$

负载上的电压和功率为

$$V_c = I_g \cdot Z = I_g \cdot R \cos \psi \cdot e^{-i\psi}, \quad (9)$$

$$P_c = \frac{V_c^2}{2R_s} = \frac{\beta \cos^2 \psi}{2(1+\beta)^2} I_g^2 R_0, \quad (10)$$

$$\frac{P_c}{P_g} = \frac{4\beta}{(1+\beta)^2} \cos^2 \psi. \quad (11)$$

反射功率为

$$\frac{P_-}{P_g} = 1 - \frac{4\beta}{(1+\beta)^2} \cos^2 \psi. \quad (12)$$

从上述推导得出:只要求出并联导纳的 β , R , ψ ,功率关系容易得到.因此当束流加载高频腔时,只要把束流的作用等效为导纳的变化,得到等效的 β , R , ψ ,就可以套用以上的公式.

4.2 束流、发射机同时加载高频腔的基本公式

引入束流等效导纳(图5),

$$Y_b = \frac{I_b}{V_c} = \frac{I_b e^{-j\varphi_s}}{V_c} = \frac{I_b \cos \varphi_s}{V_c} - i \frac{I_b \sin \varphi_s}{V_c} = \frac{1}{R_b} + i \frac{1}{X_b}, \quad (13)$$

显然

$$\frac{R_s}{R_b} = \frac{P_b}{P_c}, \quad (14)$$

P_b 为束流功率.

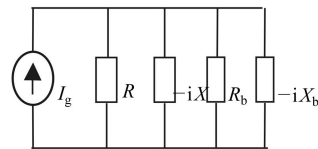


图 5 束流加载等效电路

腔和束流的导纳之和为

$$Y_{c+b} = \frac{1}{R_{c+b}} + i \frac{1}{X_{c+b}}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{R_{c+b}} = \frac{1 + P_b/P_c}{R_s}, \quad (16)$$

$$\frac{1}{X_{c+b}} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{R} - \frac{I_b \sin \varphi_s}{V_c}. \quad (17)$$

定义等效耦合系数 β^* , 等效失谐角 ψ^* , 等效有载分路阻抗 R^* 分别为

$$\beta^* = \frac{R_{c+b}}{R_0} = \frac{\beta}{1+P_b/P_c}, \quad (18)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R} + \frac{I_b \cos \varphi_s}{V_c} = \frac{1+Y \cos \varphi_s}{R},$$

$$R^* = \frac{R}{1+Y \cos \varphi_s}. \quad (19)$$

Y 为束流负载因子^[7]

$$Y = \frac{I_b R}{V_c}. \quad (20)$$

等效总导纳为

$$Y = \frac{1}{R^* \cos \psi^*} e^{i\psi^*} = \frac{1}{R^*} + i \frac{\operatorname{tg} \psi^*}{R^*}, \quad (21)$$

$$\frac{\operatorname{tg} \psi^*}{R^*} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{R} - \frac{I_b \sin \varphi_s}{V_c},$$

$$\operatorname{tg} \psi^* = \frac{\operatorname{tg} \psi - Y \sin \varphi_s}{1+Y \cos \varphi_s}. \quad (22)$$

参照式(11), (12)可得到

$$\frac{P_c + P_b}{P_g} = \frac{4\beta^*}{(1+\beta^*)^2} \cos^2 \psi^*, \quad (23)$$

$$\frac{P_-}{P_g} = 1 - \frac{4\beta^*}{(1+\beta^*)^2} \cos^2 \psi^*. \quad (24)$$

5 导纳分析方法的应用

在高频系统运行中, 一般至少有2个环路对束流加载高频腔进行闭环反馈, 它们是幅控环(腔压稳定环路)和频控环(高频腔失谐调整环路, tuning Loop). 频控环通过比较 I_g 和 V_c 的相位差 (ψ^*) 调整腔调谐杆锁定 ψ^* , 由于 β^* 随流强的变化容易算出, 那么通过测量 P_- 和 P_g , 利用式(24)就可以得到 ψ^* . 作者在实际工作中, 常用此检验频控环带束流工作的稳定性.

导纳方法在理论分析中也有很多方便之处, 例如分析稳态和瞬态过程的Robinson不稳定性.

Robinson不稳定性发生的条件是 V_g 和 I_b 重合(纵向聚焦力为零)

$$\psi^* + \varphi_s = \psi, \quad (\text{此时 } \psi^* \leq 0) \quad (25)$$

代入式(22), 得到Robinson不稳定性流强限

$$Y_L = \frac{2 \sin \varphi_s}{\sin 2\psi}. \quad (26)$$

注入过程中的瞬态Robinson不稳定性

储存环的参数设计保证了它所要达到的最高流强不会发生Robinson不稳定性. 但是在注入阶段, 由于高频反馈环路有一定的响应时间, 特别是tuning

Loop响应时间为秒量级, 远大于束流建场时间和同步振荡周期. 在高流强下, 如果注入速率很高, 环路来不及响应, 会导致束流越过Robinson不稳定性边界, 这就是瞬态Robinson不稳定性^[8, 9].

瞬态过程的基本假设: P_g 和 ψ 不变(环路还没有调整), 那么 V_c 和 ψ^* 不能保持稳定不变, V_c 的变化将引起 φ_s 改变, 分析起来比较复杂. 注入过程中重束流负载效应的情况多出现在质子环或低能注入的电子环, 注入时腔压一般较低, 导致 Y 很大. 低能注入电子环 φ_s 接近 90° , φ_s 随 V_c 的变化可以忽略. 所以不妨分析典型质子环的情况, φ_s 恒等于 90° .

式(22)简化为

$$\operatorname{tg} \psi^* = \operatorname{tg} \psi - Y, \quad (27)$$

如果稳态时取 $\psi^* \approx 0$, 那么

$$Y = \operatorname{tg} \psi, \quad (28)$$

瞬态下 ψ 不变

$$Y_L = \frac{2}{\sin 2\psi} = \operatorname{tg} \psi + \operatorname{ctg} \psi = Y + \frac{1}{Y}, \quad (29)$$

所以束流离边界的距离为

$$\Delta Y_L = Y_L - Y = 1/Y. \quad (30)$$

如果单次注入的流强超过 $1/Y$, 束流就越过了Robinson不稳定性边界. 这意味着高流强下只能容许很低的注入速率.

为了克服注入过程中的瞬态Robinson不稳定性, 通常采用的方法是预失谐, 即稳态时 ψ^* 保持一定的正值. 例如 ψ^* 取 45° , $\operatorname{tg} \psi^* = 1$. 那么

$$\operatorname{tg} \psi = Y + 1, \quad (31)$$

$$Y_L = Y + 1 + \frac{1}{Y + 1}, \quad (32)$$

$$\Delta Y = 1 + \frac{1}{Y + 1}. \quad (33)$$

当 $Y > 5$

$$\Delta Y_L \approx 1. \quad (34)$$

所以高流强下, 预失谐可以使极限注入速率与流强无关, 而只由 ψ^* 决定. 预失谐不仅减轻了注入过程中瞬态效应的影响, 对静态束流的稳定也是有益的(远离边界). 图6, 图7揭示了 ψ^* 与不稳定边界的关系.

在注入过程中取较大的 ψ^* , 一般只能在低能电子环或质子环上实现. 高能电子环因为束耗很高(假如不使用超导腔, 腔耗也不可忽视), 太大的 ψ^* 将由于反射太大, 发射机无法提供足够的高频功率. 具有多个高频腔的质子环往往采用变通的方法, 在注入阶段彻

底失谐几个腔(常称为腔短路)^[10],使束流看到的总分路阻抗降低,相当于降低了束流负载的强度(Y 减小),这样其余的腔无须取大的 ψ^* .但换个角度看,可认为束流看到的总分路阻抗仍不变,而把失谐腔的失谐量计入总失谐,等效为整个腔链 ψ^* 较大.

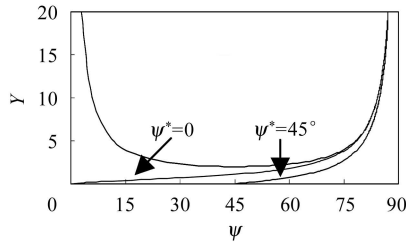


图6 质子环的 Y - ψ 关系图

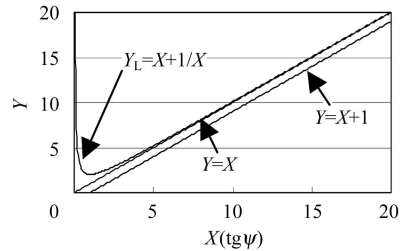


图7 质子环的 Y - $\text{tg}\psi$ 关系图

HLS储存环注入阶段束流负载效应比较严重,工作参数为 $E = 200\text{MeV}$, $U_0 = 63\text{eV}$, $V_c = 50\text{kV}$,

$R = 1.1\text{M}\Omega$, $\beta = 2$, 当 $I_{\text{DC}} = 300\text{mA}$ ($I_b = 600\text{mA}$)时, $Y = 13$. 为了克服瞬态效应,注入时设置 ψ^* 最大可达 45° ,从功率测量得到 $P_-/P_g \approx 0.5$,高流强时(150mA以上)容许的注入速率为每次20mA.根据机器运行的经验,大 ψ^* 减小了注入中束流突然“大掉”的几率,从统计结果看,在小 ψ^* 下达到300mA的次数很少.所以 ψ^* 设置在 45° 左右已成为HLS常用注入模式.

6 总结

在实际应用中,研究束流负载效应的主要目的是确定高频参数和分析Robinson不稳定性.所以任何分析方法都要得出类似式(22), (23), (24)的公式.采用导纳分析方法,推导过程简单自然,得到的结果形式上相当简明,物理量的意义也都是明确的.束流负载效应研究的历史很长,人们对各种问题实际上已经相当清楚.但本文以系统化的方式,力求最简单的处理方法,还是有一定意义的.

裴元吉教授、刘祖平教授对束流负载效应的理论和HLS的具体问题进行了大量研究,作者受益匪浅;对HLS大 ψ^* 注入方式刘祖平教授曾进行了非常深入的分析,表示感谢.

参考文献(References)

- 1 Robinson K W. Stability of Beams Radio-Frequency System, CEA report CEAL-1010. 1964
- 2 Wilson P B. High Energy Electron Linacs: Applications to Storage Ring RF Systems and Linear Colliders. AIP Conference Proceedings No. 87. New York, 1982
- 3 Sands M. Beam-Cavity Interaction, Technique report. Orsay, 1976
- 4 Wilson P B. Beam Loading in High-Energy Storage Rings: SLAC-PUB-1456. 1974
- 5 Gamp A. Servo Control of RF Cavities under Beam Loading, RF Engineering for Particle Accelerators. Oxford, UK, 1991.
- 6 Garoby Y. Beam Loading in RF Cavities: CERN/PS 91-33(RF)
- 7 Boussard D. Design of a Ring RF System, RF Engineering for Particle Accelerators. Oxford, UK, 1991
- 8 Ciapala E. Injection Limits from RF: CERN-SL-96-40
- 9 Ng K Y. Physics of Collective Beam Instabilities. US Particle Accelerator School, New York, 2000
- 10 Wildman D. Transient Beam Loading Reduction During Multi-batch Coalescing in the FERMILAB Main Ring. PAC91, San Francisco

Admittance Equivalence of Beam-Cavity Interaction

HUANG Gui-Rong¹⁾

(National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China)

Abstract The admittance equivalence is structured to analyze the beam-cavity interaction. Compared to the traditional process based on impedance plane, the admittance method is concise, and the expressions are obtained with intuitive physical quantity. By use of these expressions, the injecting transient effect under heavy beam loading, such as the case of HLS is discussed.

Key words beam loading effect, beam-cavity interaction, Robinson instability, RF system

Received 19 September 2005

1) E-mail: grhuang@ustc.edu.cn