

# 衍射辐射及其在电子束诊断中的应用\*

向导<sup>1)</sup> 黄文会

(清华大学工程物理系 北京 100084)

**摘要** 衍射辐射是由于运动的带电粒子遇到随空间变化的电介质而由感应电流产生的一种辐射。衍射辐射由于其非阻拦性,多参数性,可在线性,非常适合下一代对撞机和第四代光源的电子束诊断。简要介绍了其物理机制,系统的讨论了其在电子束诊断中的应用。

**关键词** 度越辐射 衍射辐射 电子束诊断 分辨率

## 1 引言

第四代光源和下一代对撞机要求高亮度、低发射度的电子束,常用的束团诊断方法已经不能与其匹配。衍射辐射由于具有无阻拦性(不受电流大小限制),多参数性(电子束时间结构,横截面,散角),可在线性的特点,非常适合于第四代光源和对撞机的束流诊断。

相对论电子束的电场可以看作虚光子<sup>[1]</sup>,当相对论电子束经过金属板上的狭缝时,这些虚光子可以被透射和反射成为实光子,进而以衍射辐射光的形式按光速分别朝电子运动方向(前向衍射辐射)和镜面反射方向(后向衍射辐射)传播。

不同频率的虚光子占据的空间面积不同,对于频率为 $\omega$ 的分量,只在距离电子小于 $\gamma c/\omega$ 的范围内其大小才是可观的,其中 $\gamma$ 为洛伦兹因子, $c$ 为真空中的光速。因此当电子经过狭缝时,产生的衍射辐射主要集中在 $\lambda > 2\pi h/\gamma$ 的范围内<sup>[2]</sup>,其中 $h$ 称作影响因子,代表电子距离狭缝的最小距离。

从另一个角度讲,衍射辐射也可以看作一种尾场<sup>[3]</sup>,因为本质上衍射辐射也是由于电子和周围环境的电磁相互作用产生的。利用正交模展开的方法可以证明,用于产生衍射辐射光的结构产生的尾场恰恰就是衍射辐射光本身<sup>[3]</sup>。

## 2 光学衍射辐射用于电子束横向参数诊断

### 2.1 干涉法测量电子束横截面

光源的大小影响着光场的空间相干性,如利用同步辐射光的空间相干性可以测量电子束的横截面<sup>[4]</sup>。当电子束通过金属板上的狭缝时,上下两个金属板上的感应电流可以看作二次子光源,在远场的辐射光角分布是二者干涉的结果,而干涉条纹的明显度表征了光源的空间相干性,因此可以从辐射角分布出发去获得电子束的横截面信息<sup>[5, 6]</sup>。

### 2.2 直接成像法

干涉法测量束团大小要求预先知道电子束的横向分布函数,不同假设下会得到不同的束团大小值。最直接的且无需先验假设的测量方法自然是对电子束进行直接成像。光学度越辐射已经广泛用作对电子束的直接成像,下面研究光学衍射辐射用作电子束直接成像的分辨率问题。为此需要计算衍射辐射的点扩散函数,即单个电子从金属板上的圆孔中心通过时在像平面所成的像,如图1所示,带圆孔的辐射体位于源平面,辐射光所成的像被位于像平面的探测器纪录,透镜的焦距为 $f$ ,成像条件要求 $1/m + 1/n = 1/f$ 。

\* 国家自然科学基金(10475047)资助

1) E-mail: xiangdao@tsinghua.org.cn

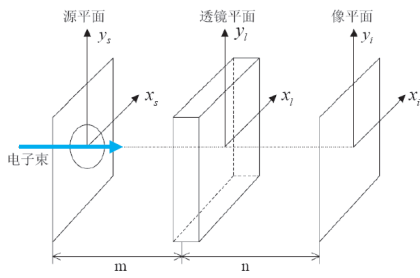


图1 衍射辐射光点扩散函数计算图

将电子的场看作虚光子, 在源平面其大小可以表示为<sup>[2]</sup>

$$E_{x_s, y_s}^s = -\frac{ie}{2\pi^2\nu} \int dq_x dq_y \times \frac{q_{x,y}}{q_x^2 + q_y^2 + \alpha^2} \exp[i(q_x x_s + q_y y_s)]. \quad (1)$$

其中 $\nu$ 是电子的速度,  $\alpha = \omega/\nu\gamma$ . 将这些虚光子看作二次子波源, 则衍射辐射光在透镜左平面的场分布可以通过 Fresnel 衍射积分<sup>[7]</sup>得到,

$$E_{x_l, y_l}^{lL} = -\frac{ie^{ikm}}{\lambda m} \exp\left[ik \frac{x_l^2 + y_l^2}{2m}\right] \int dx_s dy_s E_{x_s, y_s}^s \times \exp\left[-ik \frac{x_l x_s + y_l y_s}{m}\right] \exp\left[ik \frac{x_s^2 + y_s^2}{2m}\right]. \quad (2)$$

考虑到薄透镜的相位滞后效应, 将透镜右平面的电场分布也看作二次子波源, 在远场近似和极坐标下进行积分, 同时将源平面的积分域限制在半径大于圆孔半径 $R_0$ 的区域内, 则衍射辐射光场在像平面的分布为

$$E_{x_i, y_i}^i = \frac{e\alpha(\cos\phi_i, \sin\phi_i)}{\pi M\nu} f(\theta_m, \gamma, \zeta, R_0) f(\theta_m, \gamma, \zeta, R_0) = \int d\theta \frac{J_1(\zeta\theta)\theta}{\theta^2 + \gamma^{-2}} [\alpha R_0 J_1(kR_0\theta) \times K_2(\alpha R_0) - kR_0\theta J_2(kR_0\theta) K_1(\alpha R_0)]. \quad (3)$$

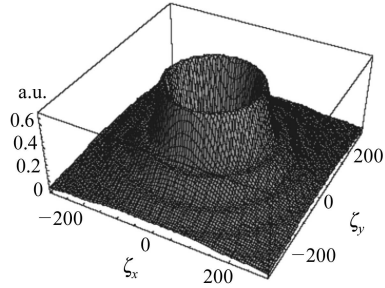
其中 $\zeta = kR_i/M$ ,  $R_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ ,  $\theta = R_i/m$ ,  $\theta_m$ 为透镜的接受角,  $J$ 是第一类贝塞尔函数,  $M = n/m$ 为成像系统的放大率. 当 $R_0 = 0$ , 即是度越辐射光的情况, 不难发现在这个条件下式(3)简化为

$$f(\theta_m, \gamma, \zeta, 0) = \int_0^{\theta_m} \frac{\theta^2}{\theta^2 + \gamma^{-2}} J_1(\zeta\theta) d\theta, \quad (4)$$

这和文献[8]中的结果是一致的.

数值积分得到其点扩散函数如图2所示. 利用 Sparrow 判据<sup>[7]</sup>, 在0.1rad的透镜接受角下, 衍射辐射光用于电子束直接成像的分辨率约为 $0.7\lambda/\theta_m$ , 仅仅稍大于度越辐射光的分辨率(约 $0.5\lambda/\theta_m$ ), 因此衍射辐射光也完全可以用作电子束的直接成像. 但是必须

指出, 由于衍射辐射光的点扩散函数远非delta函数, 因此必须对像平面测量到的像进行反卷积才能得到电子束的横截面.

图2 光学衍射辐射点扩散函数三维图( $\gamma = 1000$ ,  $\theta_m = 0.1$ ,  $R_0 = 0.1\gamma\lambda/2\pi$ )

### 3 相干衍射辐射用于电子束纵向参数诊断

设单个电子的辐射功率为 $P(\omega)_e$ , 束团的电子数为 $N$ , 则整个束团的辐射功率为<sup>[9, 10]</sup>

$$P(\omega)_b = P(\omega)_e(N + N(N-1)F(\omega)). \quad (5)$$

其中 $F(\omega) = |\int S(z)e^{i(\omega/c)z} dz|^2$ 是束团的形状因子,  $S(z)$ 是束团的纵向归一化分布. 当辐射光波长大于束团长度时, 各个电子的辐射场相位可以近似看作相同, 总的辐射场相干增强, 辐射功率正比于束团电子数的平方. 相干辐射谱携带了大量束团纵向分布的信息, 因此相干辐射广泛地用于电子束长度和时间分布的测量<sup>[11, 12]</sup>.

清华大学正在进行基于汤姆逊散射的超短X射线光源的研究工作, 利用衍射辐射光精确测量电子束的时间结构具有很大的意义. 如图3所示,

电子从表面镀铝的狭缝穿过产生衍射辐射, 辐射光通过 Martin-Puplett 干涉仪, 最后被 Golay cell 探测器收集. 通过测量自相关曲线可以重建出电子束的纵向分布.

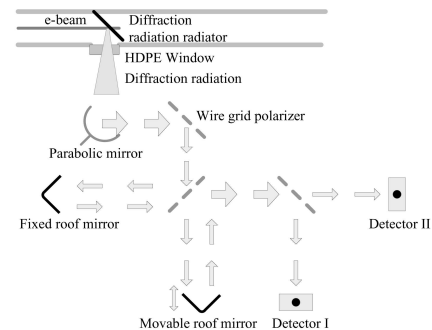


图3 相干衍射辐射测量束团时间结构原理图

## 参考文献(References)

- 1 Ter-Mikaelian M L. High-Energy Electromagnetic Processes in Condensed Media, wiley/Interscience, 1972
- 2 Potylitsyn A P. NIM, 1998, **B145**: 169
- 3 XIANG Dao, HUANG Wen-Hui. NIM, 2005, **A553**: 381
- 4 Yamamoto Y et al. NIM, 2001, **A467—468**: 921
- 5 Castellano M. NIM, 1997, **A394**: 275
- 6 Karataev P et al. Phys. Rev. Lett, 2004, **93**: 244802
- 7 Born M, Wolf E. Principles of Optics, 5th Edition
- 8 Lebedev V A. NIM, 1996, **A372**: 344
- 9 Wiedemann H. Particle Accelerator Physics, 318
- 10 XIANG Dao, HUANG Wen-Hui. NIM, 2005, **B240**: 855
- 11 Hung-Chi Lihn et al. Phy. Rev., 1996, **E53**: 6413
- 12 Lumpkin A H et al. NIM, 2001, **A475**: 470

## Diffraction Radiation and Its Applications in Electron Beam Diagnostics<sup>\*</sup>

XIANG Dao<sup>1)</sup> HUANG Wen-Hui

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract** Diffraction radiation is generated when there are optical inhomogeneities in the presence of which would cause induced currents that give rise to radiation. Diffraction radiation is the most promising candidate for beam characterizations for the 4th generation light source and the next generation linear colliders due to its non-intercepting and multi-parameter features. In this paper, we gave a brief introduction to the principles of diffraction radiation and systematically studied its applications in electron beam diagnostics.

**Key words** transition radiation, diffraction radiation, beam diagnostics, resolution

---

<sup>\*</sup>Supported by NSFC (10475047)

<sup>1)</sup> E-mail: xiangdao@tsinghua.org.cn