

随机相互作用下多体系统的规则结构*

赵玉民¹⁾

(上海交通大学物理系 上海 200240)

(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论物理中心 兰州 730000)

(日本理化学研究所 埼玉 351-0198)

摘要 讨论随机相互作用下的多体系统规则结构方面研究的主要结果,着重讨论自旋为零占主导地位的理论研究现状,能量中心的性质,集体性等,举例说明这一领域的研究方法、意义和前景.

关键词 随机相互作用 多体系统 规则结构 自旋 集体运动

1 引言

关于微观多体系统的研究是理论物理学的中心问题之一,也是最困难的问题之一.低能下原子核的组元即质子和中子有很多自由度,原子核低能激发态呈现出其他多体系统的几乎所有特征.所以对原子核低能激发态性质的系统研究为深入理解微观多体体系各种复杂性质提供了一个理想的平台.

在原子核(或其他多体系统)中,相互作用本身并没有转动或者振动模式所需要的对称结构,然而原子核等体系的低激发态模式经常呈现出这样高度对称性的结构.那么,在满足相互作用的基本对称性如旋转不变性以及其他要求如同位旋守恒的条件下,人们可以问低激发态在多大程度上可以获得各种对称结构.换句话说,一些模式如转动或者振动可能是多体系统的低激发态中“先天性地”占主导地位,而其他模式可能仅仅以很小的几率出现.

偶数个质子和偶数个中子组成的原子核(偶偶核)是这方面的一个好例子.偶偶核的基态总自旋为零,低激发态性质大致上呈现出所谓的三分类即前集体(或称辛弱数类)区域、振动区域和转动区域的特征^[1],原子核的结合能存在奇偶性等等.这些特征在其他体系如金属团簇体系也被观测到.那么,这些特征到底是不是原子核(乃至一般多体系统)的固有性质呢?这些问题可以通过让相互作用变得越来越任意来研究.换句话说,当相互作用变得越来越任意时,这些

特征在多大程度上还能够保留下来.这样的问题在二十多年前就被 Cortes 及其合作者们研究过.他们使用 Elliott 的 Q-Q 相互作用加上两体随机相互作用,其中随机部分的强度是个可调参数^[2].尽管他们的计算结果已经可以看出来,但是他们还是忽略了一个非常有兴趣的结果:完全随机的两体相互作用可以给出偶偶核基态自旋为零占主导地位的统计结果.这个事实是在 1998 年由 Johnson, Bertsch 和 Dean 首先指出的^[3].

这一结果在核物理学中引起广泛注意,因为在核物理中的偶偶核基态为零的现象是同价核子相互吸引的对力给出的,而 Johnson 等的结果表明多体系统的基态自旋为零是一个比原来预想的普遍得多的现象,换句话说,即使没有吸引的对力相互作用,偶偶核基态和低激发态的性质可能也会部分甚至大部分被保留下来.文献[3]的发现刺激了随机相互作用下多体系统基态和低激发态性质的研究,特别是随机相互作用下基态自旋为零占主导地位的深入理解、结合能的奇偶性、平均能量,集体性等问题.

所以,本文的目标是简单讨论随机相互作用下的多体系统的基态和低激发态的规则结构.

2 关于随机相互作用下基态自旋为零主导的讨论

自从 Johnson 等指出完全随机的两体相互作用可以给出偶偶核基态自旋为零占主导地位的统计结果以

* 国家自然科学基金(10545001,10575070,10675081),高等学校博士学科点专项科研基金(20060248050)和教育部留学回国人员基金资助
1) E-mail: ymzhao@sjtu.edu.cn

来, 基态自旋为零占主导地位的深入理解一直是核物理学家谈论和好奇的重要话题之一。

2.1 唯象方法

唯象方法是 Arima, Yoshinaga 和本文作者共同提出的^[4]。这种方法需要确定每一个两体相互作用矩阵元单独存在时基态的自旋。然后用这些结果预言随机相互作用下基态的自旋几率。这种方法给出的预言结果准确度很高, 特别重要的是它可以告诉我们, 哪些相互作用对某个自旋为基态的几率有贡献。在这个唯象方法出现之前, 很多人趋于相信, 随机相互作用下基态自旋的分布可能与哈密顿量的具体形式无关或者不敏感。然而, 从唯象方法的结果人们知道, 自旋为零为基态的几率是有某些特别的相互作用给出的; 简单地说, 这些特别的相互作用以吸引势单独存在时, 基态的自旋是零。

使用唯象方法, 很容易认识到随机相互作用下基态自旋为最大自旋的来源是最高级对力相互作用。对单 j 壳内的费米子来说, 这个几率是 $1/N$, N 是两体相互作用矩阵元的个数 ($=j+1/2$), 与粒子数无关。这个结果和计算机模拟结果吻合很好, 被称为 N 分之一规则。对玻色子系统来说, 当粒子数变大、玻色子内禀自旋变大时, 随机相互作用给出的基态自旋为最大自旋的几率比 N 分之一规则预言的结果大。这种偏差的来源是仅仅存在最高级对力时玻色子系统的基态和第一激发态的能隙在粒子数和玻色子内禀自旋变大时反常地大。然而和费米子情形一样, 玻色子系统的随机相互作用下的基态自旋为最大自旋的来源也是最高级对力。如果没有最高级对力, 那么随机相互作用下的基态自旋为最大自旋的几率非常接近于 0。唯象方法因为简单且适用广泛而被很多研究组重复和应用。

2.2 几何方法

几何方法是由 Chau 等人提出^[5]。这一方法的优点是数学处理上非常漂亮并且严格。其缺点是仅仅适用于简单的体系, 即要求系统的本征值是两体相互作用的线性组合。Chau 等把所有的本征值投影到一个 $N-1$ 维空间中, 只有处于顶点的本征值才有可能成为基态, 每个顶点对基态的贡献由该顶点和其他顶点张开的 $N-1$ 维空间的立体角给出。把每个顶点(对应不同的角动量)立体角贡献加起来, 就得到该多体系统在 Gaussian 分布的随机相互作用下不同自旋的分布几率。

几何方法到目前为止仅仅被应用于讨论 d 玻色子系统、 $j=5/2$ 或 $7/2$ 的单轨道费米子情形。在这些系统中, 那些顶点对应上面提出的唯象方法中仅仅某一个两体矩阵元存在时最高和最低本征能量, 从这个意

义上说, 几何方法为唯象方法在简单情况下提供了微观基础。

2.3 平均场方法

平均场方法是由 Bijker 和 Frank^[6], 以及 Kusnezov^[7] 提出。这种方法目前已经被用于描写 sp 和 sd 玻色子系统的基态自旋分布几率。其方法的要点是首先找到哈密顿量的势能表面和对应的几何结构之间的联系, 然后对整个模型空间的参数分类。把这些几何结构的基态自旋按照哈密顿量参数空间权重加起来, 就得到这个体系的基态自旋分布几率。这种方法对 sp 玻色子系统描写非常成功, 对 sd 玻色子系统也比较适用, 然而对其他情形一般不太好。

2.4 其他工作

除了上面的工作外, 还有很多其他的讨论。例如 Zuker 及其合作者的时间反演不变性^[8], Bijker 等人关于时间反演不变性观点的质疑^[9], Bijker 的本征值分布宽度^[10], Drozd 关于自旋为零的状态的非零非对角矩阵元的特殊性^[11], Otsuka 等人的最高对称性假定^[12] 等等。

最近, Papenbrock 和 Weidenmueller^[13] 找到最低的本征能量和所谓的谱半径之间的近似关系, 并把这个关系用来预言在单 j 壳上的几个费米子在随机相互作用下的基态自旋分布几率。这个关系最近被 Yoshinaga, Arima 和本文作者通过考虑平均能量和本征值与维数关系而得到很大改进, 并且可以成功地用于各种系统^[14]。这一方向的一个缺点是人们需要使用随机相互作用才能预言基态的自旋分布几率。

3 随机相互作用下能量中心的特性

关于随机相互作用下能量中心性质的研究在国际上是由我们研究组首先做的^[15]。这个研究的最初目的是人们可能通过研究能量中心(也有人称之为平均能量)、谱宽度或更高级矩等获得最低能级的各种性质。

能量中心总可以写成两体相互作用的线性组合, 所以人们可以用 Chau 等的几何方法严格地得到自旋为某个 I 值的能量中心为最低的几率。可以发现, 只有当 I 值接近最大或者最小时, 自旋为 I 值的能量中心为最低能量的几率才会较大, 否则这个几率接近于零。在一个较大的系综里, 如果我们集中处理当 I 值接近最小而且自旋为 I 值的能量中心为最低能量的情形(约占 50%), 把这些能量中心按照不同的 I 值平均, 那么这些平均后的能量中心基本正比于 $I(I+1)$, 在形式上很象量子力学刚体的转动谱。

对于单 j 壳中的费米子情形, Mulhall 等人在文献

[16]中假定多粒子角动量耦合是随机的(被称为几何混沌),通过对能量变分得到自旋为 I 的能量期待值.这样得到的能量对应着自旋为 I 值的能量中心然而在他们论文中把它解释为自旋为 I 的最低能量. Kota和Kar通过研究 $SU(2j+1)$ 到 $SO(3)$ 约化的群结构也得到了同样的公式,并指出文献[17]中的推转近似和费米-狄拉克统计的应用与这里使用群结构的特征^[17]是完全等价的.这里指出,所谓的几何近似虽然和我们采用的两体母分系数的无规性本质上是一致的,两者的本质都是多粒子体系角动量耦合的复杂性.

自旋为 I 值的能量中心的特征被解释为几何混沌或者两体母分系数的无规性的直接结果.然而后来发现^[18],这样得到的预言结果和使用随机相互作用得到的结果之间存在着系统化的偏离.所以,关于自旋为 I 值的能量中心的特征的解释还需要进一步的工作,所谓的几何混沌仅仅是其中的一个原因.

尽管人们对自旋为 I 值的能量中心的特征的解释还不完整,人们对能量中心的特征兴趣很浓.如Kota发现自旋为 I 值的能量中心的特征甚至适用于玻色子系统中不可约表示确定的能量中心^[19].后来人们发现这些特征也适用于自旋、同位旋、宇称确定的能量中心,这些能量中心在三体相互作用下也有类似的结果.

4 随机相互作用下的集体运动

首先介绍简单的sd玻色子系统.相互作用的sd玻色子系统在核结构理论中非常重要,也被称作IBM. IBM对于研究中重核的低激发谱是个强有力的工具,在数学处理上简明方便.另一方面,IBM有丰富的集体结构.所以它是研究随机相互作用下集体性质的合适的模型. Bijker和Frank发现随机相互作用的sd玻色子系统的低激发态中,振动和转动模式占了主导地位^[20].然而,随机相互作用的费米子系统的计算结果却很不一样,振动模式可以出现,但是转动一般却很难找到.因为sd-IBM被认为是壳模型空间的SD集体对的截断,所以容易想到可能在SD集体对空间容易找到转动.通过研究人们发现,SD集体对空间的结果和在壳模型空间的结果很相似,而使用适当强调四级-四级相互作用的哈密顿量就可以得到很多的低激发转动结构.这一悖论的答案在于^[21],sd-IBM不能仅仅认为是模型空间的SD集体对截断,它还意味着哈密顿量的截断,其中四级-四级相互作用被强调了.

研究如何限定下的相互作用可以给出转动是个很有意义的问题,人们想知道核结构的哈密顿量可以

“随机”到什么程度,张敬业等^[22]使用几何模型,通过计算表明,某些试验数据可以对相互作用参数的范围作较大的限定, Kusnezov等^[23]根据实验数据的系统性获得了sd-IBM的数值计算参数的统计范围.

结合能的奇偶性是另一个有趣的问题.采用随机的壳模型相互作用,也可以给出带有奇偶性的结合能的系统结果. Johnson等发现,这一条件可以放得更宽,即一些其他范围很广的哈密顿量,都可以给出带有奇偶性的结合能^[24].

如何从一个限定性的随机相互作用得到某些集体运动是非常重要的问题.因为问题的复杂性以及计算上的困难,从壳模型出发来研究这个问题目前还只有一些很初步的结果.

5 随机相互作用下的规则结构举例: 基态宇称分布

随机相互作用下的多体系统的低激发态有很多规则结构.这里我们举一个实例:基态的宇称分布^[25].

在壳模型空间有几个单粒子能级时,不同单粒子能级的宇称可以不同.比如幻数为50—82壳空间有5个单粒子能级: $s_{1/2}$, $d_{3/2}$, $d_{5/2}$, $g_{7/2}$, $h_{11/2}$.其中前四个单粒子能级的宇称为正,最后一个 $h_{11/2}$ 能级的宇称为负.如果壳模型空间单粒子能级的宇称有正有负,那么正宇称态的状态数和负宇称态的状态数基本一样,两者差别极小.对不同体系和不同粒子数组组合来说都是如此.原因也很简单:因为宇称取决于在负宇称单粒子能级上的粒子数.如果在负宇称的单粒子态上有偶数个粒子,那么体系的总宇称为正,否则为负宇称.负宇称的单粒子态上有偶数个粒子和奇数个粒子的组合数总是基本一样.而如果计及不同的体系总自旋的正负宇称态,那么两者差别将非常小.

假如随机相互作用给出的基态宇称分布是随机的,那么对于一个满足宇称守恒的体系来说,基态正负宇称将分别占50%.即使有差别,也应当很小,或者因为各个体系的特殊性,总的分布也可能没有什么规律可言.然而,实际情况不是这样.通过计算容易发现:对于偶偶核体系,由两体随机相互作用对角化得到的基态中正宇称占主导地位(典型值为85%).其他情形如奇奇核、奇A核则没有这样的结果.特别是人们对任意组合的单粒子壳模型空间都作过大量的数值实验,没有发现例外.

这里强调,随机相互作用下的多体系统基态的宇称分布的深入研究很重要,因为随机相互作用下自旋为0占优势的问题非常复杂,所以我们可以从相对简

单但类似的问题入手. 因为宇称计算非常简单, 随机相互作用下宇称分布是沿着这一思路的好的物理量. 我们期待不久的将来有望得到关于上面宇称不对称分布的深入理解. 这对于我们进一步深入理解基态的自旋分布非常有意义.

6 总结和展望

简要地讨论了随机相互作用下的多体系统的规则

结构, 重点讨论了自旋为零占主导地位的现象、能量中心的性质、集体性、奇偶性等以及人们当前对这些问题的看法. 以基态宇称分布几率为例, 说明这一领域的研究方法. 详细讨论可以参阅文献[26].

这里我们强调随机相互作用下偶偶核基态正宇称分布占主导地位的深入理解对于将来自旋为零占主导地位的现象的深入研究会有很大帮助.

感谢马朗人教授等的合作.

参考文献(References)

- 1 Casten R F, Zamfir N V. *J. Phys.*, 1996, **G22**: 1521—1552
- 2 Cortes A, Haq R U, Zuker A. P. *Phys. Lett.*, 1982, **115B**: 1
- 3 Johnson C W, Bertsch G F, Dean D J. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**: 2749—2753
- 4 ZHAO Y M, Arima A. *Phys. Rev.*, 2001, **C64**: 041301; ZHAO Y M, Arima A, Yoshinaga N. *Phys. Rev.*, **C66**: 034302
- 5 Chau P H-T et al. *Phys. Rev.*, 2002, **C66**: 061302
- 6 Bijker R, Frank A. *Phys. Rev.*, **C65**: 044316
- 7 Kusnezov D. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**: 3773—3376
- 8 Velázquez V, Zuker A P. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**: 027502
- 9 Bijker R, Frank A, Pittel S. *Phys. Rev.*, 1999, **C60**: 021302
- 10 Bijker R, Frank A. *Phys. Rev.*, 2000, **C62**: 014303
- 11 Drozd S, Wojcik M. *Physica*, 2001, **A301**: 291—300
- 12 Otsuka T, Shimizu N. *AIP Conf. Proc.*, 2005, **777**: 135
- 13 Papenbrock T, Weidenmueller H A. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**: 132503; *Phys. Rev.*, 2006, **C73**: 14311
- 14 Yoshinaga N, Arima A, ZHAO Y M. *Phys. Rev.*, 2006, **C73**: 017303
- 15 ZHAO Y M, Arima A, Yoshinaga N. *Phys. Rev.*, 2002, **C66**: 064323
- 16 Mulhall D, Volya A, Zelevinsky V. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**: 4016—4019
- 17 Kota V K B, Kar K. *Phys. Rev.*, 2002, **E65**: 026130
- 18 ZHAO Y M, Arima A, Ogawa K. *Phys. Rev.*, 2005, **C71**: 017304
- 19 Kota V K B. *Phys. Rev.*, 2005, **C71**: 041304; ZHAO Y M, Arima A, Yoshida N et al. *Phys. Rev.*, 2005, **C72**: 064314
- 20 Bijker R, Frank A. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**: 420
- 21 ZHAO Y M et al. *Phys. Rev.*, 2002, **C66**: 041301
- 22 ZHANG J Y et al. *Phys. Rev.*, 2001, **C64**: 017302
- 23 Kusnezov D, Zamfir N V, Casten R F. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**: 1396—1399
- 24 Kaplan L, Papenbrock T, Bertsch G F. *Phys. Rev.*, 2002, **B65**: 235120
- 25 ZHAO Y M et al. *Phys. Rev.*, 2004, **C70**: 054322
- 26 ZHAO Y M, Arima A, Yoshinaga N. *Phys. Rept.*, 2004, **400**: 1—66

Regular Structure of Many-Body Systems under Random Interactions*

ZHAO Yu-Min¹⁾

(Department of Physics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

(Cyclotron Center, RIKEN, Hirosawa 2-1, Wako-shi, Saitama 351-0198, Japan)

Abstract In this paper we present a brief discussion on regular structures of many-body systems generated from random two-body interactions. In particular, we discuss the famous problem of spin zero ground state dominance, regularities of energy centroids and collectivity in the presence of random interactions.

Key words random interactions, regular structure, many-body systems, collectivity

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10545001, 10575070, 10675081), Doctoral Program Foundation of Institutions of Higher Education of China (20060248050) and Scientific Research Foundation for Returned Scholars, Ministry of Education of China

1) E-mail: ymzhao@sjtu.edu.cn