

奇异物质体黏滞系数的计算和奇异星振动的阻尼*

朱明枫 刘广洲¹⁾

(吉林大学物理学院理论物理中心 长春 130021)

摘要 利用与奇异夸克质量相关的非轻子弱过程 $u+s \leftrightarrow d+u$ 的反应速率, 在考虑了夸克之间的相互作用并做了热力学自恰处理后, 重新推导、计算了奇异夸克物质的体黏滞系数. 由于热力学自恰的需要引入一项压力附加项, 使得奇异星的体黏滞系数比前人计算的有了很大的增加. 通过计算振动衰减时间我们发现, 虽然体黏滞系数增大了很多, 但以前对于奇异星观测的结论仍然成立.

关键词 奇异星 体黏滞系数 热力学自恰

1 引言

1984年 Witten^[1] 提出奇异物质在很大的参数范围内是稳定的, 而且可能要比核物质的能量更低, Far- rhi 和 Jaffe^[2] 也在同年用 MIT 口袋模型证明了上述结论, 即由 u, d, s 夸克组成的奇异星很有可能存在. 但是奇异星的质量上限与中子星质量上限非常接近, 而且在此极限质量附近, 它们的半径也基本相同. 所以在观测上很难区分中子星与奇异星. 然而 Andersson 发现任何无黏滞性的旋转天体都存在旋转模的不稳定性^[3], 这将导致引力辐射的发生, 带走自转角动量和自转能, 最终使得天体自转减慢. 而黏滞性可以降低这种不稳定性^[4], 黏滞性越强, 天体自转可能越快, 这为通过观测鉴别中子星与奇异星提供了一种方式. 1984年, 王、陆^[5] 经计算发现非轻子弱过程 $u+d \leftrightarrow u+s$ 将导致振荡能的耗散. 由此计算出的奇异夸克物质的体黏滞系数明显大于中子物质的值^[6-8]. 因此体黏滞系数的计算对于鉴别中子星和奇异星有很重要的意义.

2 介质效应与热力学自恰

对于奇异星中的奇异夸克物质, 考虑到夸克之间的相互作用(介质效应)^[9, 10], 其有效质量为

$$m_q = \frac{g\mu_q}{\sqrt{6\pi}} \quad (q = u, d), \quad m_s = \frac{m_{s0}}{2} + \sqrt{\frac{m_{s0}^2}{4} + \frac{g^2\mu_s^2}{6\pi^2}}. \quad (1)$$

其中 g 是强耦合常数, 表示夸克之间相互作用的强弱. μ_i 是粒子 i 的化学势.

对于粒子质量与密度/体积相关的体系, 应有如下热力学关系^[11]

$$P = -\Omega - v \left. \frac{\partial \Omega}{\partial v} \right|_{\mu_i}. \quad (2)$$

上式中后面一项是出于热力学自恰的考虑引入的. P 是压强, Ω 是系统的巨热力学势密度.

$$\Omega(T, \mu_i, m_i) = - \sum_i \frac{1}{8\pi^2} \left[\mu_i p_{fi} (2\mu_i^2 - 5m_i^2) + 3m_i^4 \ln \frac{\mu_i + p_{fi}}{m_i} \right]. \quad (3)$$

$p_{fi} = \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2}$ 是粒子 i 的费米动量. 由热力学关系知^[11]

$$\pi^2 n_i = p_{fi}^3 v. \quad (4)$$

n_i 是粒子 i 单位质量的粒子数密度. 因此有

$$\frac{\partial \mu_i}{\partial v} = - \frac{p_{fi}^2}{3vC_i}, \quad \frac{\partial \mu_i}{\partial n_i} = \frac{\pi^2}{3vp_{fi}C_i}. \quad (5)$$

其中 $C_i = \mu_i - m_i \frac{\partial m_i}{\partial \mu_i}$

3 体黏滞系数

假设奇异星由于 r 模的不稳定性引起的体积变化可以表示为如下简单的形式.

* 国家自然科学基金(10275029)资助

1) E-mail: lgz@jlu.edu.cn

$$v(t) = v_0 + \Delta v \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right). \quad (6)$$

那么单位质量的能量耗散为,

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{av} = -\frac{1}{\tau} \int_0^\tau P(t) \frac{dv}{dt} dt. \quad (7)$$

体黏滞系数可以定义为^[6]

$$\zeta \equiv 2 \frac{(d\omega/dt)_{av}}{v_0} \left(\frac{v_0}{\Delta v}\right)^2 \left(\frac{\tau}{2\pi}\right)^2. \quad (8)$$

对于给定重子数密度 n_B 来说, 由重子数守恒可知

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_s + n_d). \quad (9)$$

由此可知体系共有 3 个独立的变量: v, n_d, n_s . 可将压强 P 用这 3 个独立变量在平衡位置做展开:

$$P(t) = P_0 + \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_0 \delta v + \left(\frac{\partial P}{\partial n_d}\right)_0 \delta n_d + \left(\frac{\partial P}{\partial n_s}\right)_0 \delta n_s. \quad (10)$$

其中 $\delta n_s, \delta n_d$ 是 s, d 夸克的粒子数密度的变化, 它们有如下关系:

$$\delta n_d = -\delta n_s = \int_0^t \frac{dn_d}{dt} dt. \quad (11)$$

dn_d/dt 是 d 夸克向 s 夸克转化的净反应率^[12]

$$\frac{dn_d}{dt} = C_1 \mu_d^5 \delta \mu [\delta \mu^2 + 4\pi^2 T^2 C_2] v. \quad (12)$$

文献[12]给出了 C_1, C_2 的值, 其中 T 为温度, C_2 与 m_s 相关. $\delta \mu = \mu_s - \mu_d$ 也可像 P 一样展开,

$$\delta \mu = \left(\frac{\partial \delta \mu}{\partial v}\right)_0 \delta v + \left(\frac{\partial \delta \mu}{\partial n_d}\right)_0 \delta n_d + \left(\frac{\partial \delta \mu}{\partial n_s}\right)_0 \delta n_s. \quad (13)$$

代(5)式入上式可以解出

$$\delta \mu = \frac{1}{3} \left(\frac{p_{fd}^2}{C_d} - \frac{p_{fs}^2}{C_s}\right) \frac{\Delta v}{v} \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right) - \frac{\pi^2}{3} \frac{1}{v} \left(\frac{1}{p_{fd} C_d} + \frac{1}{p_{fd} C_s}\right) \int_0^t \frac{dn_d}{dt} dt. \quad (14)$$

解(12)式, (14)式即可求得反应率. 由(2)式和(3)可知:

$$\frac{\partial P}{\partial n_i} = -\frac{\partial \mu_i}{\partial v} (1 - TC). \quad (15)$$

其中

$$TC = \frac{1}{2} \left\{ \left(\mu_i p_{fi} - m_i^2 \ln \frac{\mu_i + p_{fi}}{m_i} \right) \times \left[1 + \left(\frac{p_{fi}}{m_i - \frac{m_{i0}}{2} - \frac{g^2}{6\pi^2} m_i} \right)^2 \frac{g^2}{6\pi^2} \left(1 - \frac{g^2}{6\pi^2} \right) \right] \times \frac{m}{p_{fi}^3} \frac{\partial m_i}{\partial \mu_i} + \frac{\frac{g^2}{6\pi^2}}{m_i - \frac{m_{i0}}{2} - \frac{g^2}{6\pi^2} m_i} \times \left[2m_i + \left(\mu - \frac{3m_i^2}{p_{fi}} \ln \frac{\mu_i + p_{fi}}{m_i} \right) \frac{\partial m_i}{\partial \mu_i} \right] \right\}.$$

是由于热力学自恰处理引入的附加项.

将(10)式, (15)式, (5)式代入体黏滞系数定义式, 可以得到体黏滞系数的最终表达式

$$\zeta = \frac{1}{\pi} \left(\frac{v_0}{\Delta v}\right) \left(\frac{p_{fd}^2}{C_d} - \frac{p_{fs}^2}{C_s}\right) (1 - TC) \times \int_0^\tau dt \left[\int_0^\tau \frac{dn_d}{dt} \right] \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right). \quad (16)$$

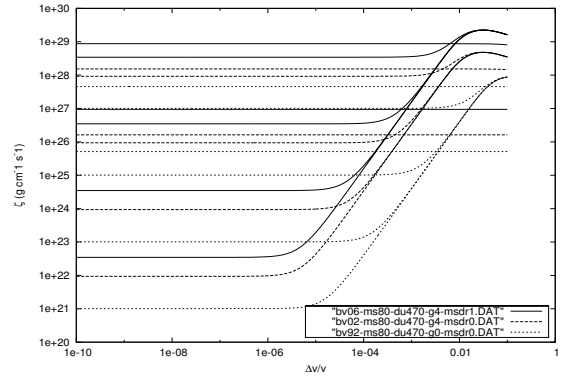


图 1 $m_s = 80\text{MeV}$, $\mu_d = 470\text{MeV}$, $\tau = 0.001\text{s}$, 从底到顶 T 依次为 $10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^0, 10^{-2}, 10^{-1}\text{MeV}$

对(12)式, (14)式和(16)式进行数值求解, 可以给出体黏滞系数的数值解, 如图1所示. 图中点线部分、虚线部分和实线部分分别是不考虑介质效应^[7]; 考虑介质效应, 但并未做相应的热力学自恰处理^[8]; 即考虑了介质效应又对体系做了相应的热力学自恰处理3种情况下计算出的体黏滞系数. 从图中可以看出在考虑了介质效应并做了相应的热力学自恰处理之后, 体黏滞系数比^[7]增大了1个数量级, 比^[8]增加了2倍.

4 奇异星振动的衰减时间

计算体黏滞系数的一个主要的目的就是计算星体振动的衰减时间. 对于一个质量为 $1.4M_\odot$, 半径为 10km 的星体, 与体黏滞系数相关的星体振动衰减时标有如下表达式^[13]

$$\tau_B = 1.31 \times 10^{15} \rho^2 \Omega^{-4} \zeta^{-1}. \quad (17)$$

其中 ρ 是奇异星的密度, $\Omega = 2\pi/T'$ 是星体自转的圆频率, T' 是星体的自转周期, ζ 是体黏滞系数.

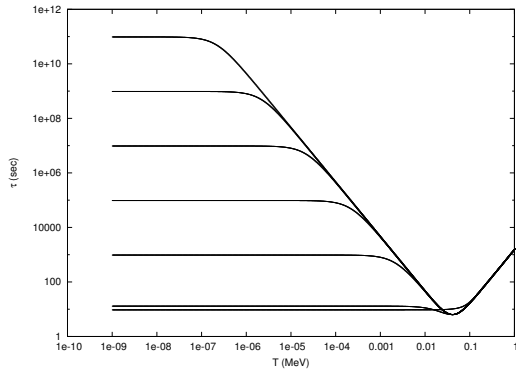


图2 奇异星质量 $M = 1.4M_{\odot}$, 半径 $R = 10\text{km}$, 密度 $\rho = 6 \times 10^{14}\text{g/cm}^3$ 其他参数与图1相同. 从底到顶相对振幅 $\Delta v/v$ 依次为 10^{-2} , 10^{-1} , 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} , 10^{-6} , 10^{-7}MeV

τ_B 的数值解如图2所示. 在温度 $0.1\text{MeV} > T > 0.01\text{MeV}$ 的范围内, 无论相对振幅多大, τ_B 的大小都为10s量级. 对于以1.5ms为自转周期, 密度为

$6.0 \times 10^{14}\text{g/cm}^3$ 的奇异星来说, 其引力辐射的时标约为 $1.2 \times 10^3\text{s}^{[14]}$.

5 结论

本文在考虑了夸克之间相互作用(介质效应)的同时对奇异物质做了热力学自恰处理, 并重新推导了体黏滞系数. 我们发现出于热力学自恰的需要, 引入了一项附加项, 正是这个附加项使得奇异物质的体黏滞系数与未考虑热力学自恰的情况相比增大了2倍左右, 与不考虑介质效应的情况相比增加了1—2个数量级. 在温度处于 $10^8\text{K}—10^9\text{K}$ 之间时, 对于任何振幅, 由此计算的星体振动衰减时间都远远小于引力辐射的时标. 由此可知奇异星的 r 模不稳定性可以被星体的体黏滞性有效的阻尼掉, 从而使奇异星具有更高的自转频率.

参考文献(References)

- 1 Witten E. Phys. Rev., 1984, **D30**: 272
- 2 Farhi E, Jaffe R L. Phys. Rev., **D30**: 2379
- 3 Andersson N. Astrophys. J., 1998, **502**: 708
- 4 Madsen J. Phys. Rev. Lett., 1998, **81**: 3311
- 5 WANG Q D, LU T. Phys. Lett., 1984, **B148**: 211
- 6 Sawyer R S. Phys. Lett., 1989, **B233**: 412
- 7 Madsen J. Phys. Rev., 1992, **D46**: 3290
- 8 ZHENG X P, YANG S H, LI J R et al. Phys. Lett., 2002, **B548**: 29
- 9 Schertler K, Greiner C, Thoma M H. Nucl. Phys., 1997, **A616**: 659—679
- 10 Schertler K, Greiner C, Schaffner-Bielich J et al. Nucl. Phys., 2000, **A677**: 463—490
- 11 PENG G X, CHIANG H C, ZOU B S et al. Phys. Rev., 2000, **C62**: 025801
- 12 Jes Madsen. Phys. Rev., 1993, **D47**: 325
- 13 ZHENG X P, LIU X W, KANG M et al. Phys. Rev., 2004, **C70**: 015803
- 14 Lindblom L, Mendell G, Owen B J. Phys. Rev., 1999, **D60**: 064006

Bulk Viscosity of Interacting Strange Quark Matter and Damping of Strange Quark Star Vibration*

ZHU Ming-Feng LIU Guang-Zhou¹⁾

(Center for Theoretical Physics, Institute of Physics, Jilin University, Changchun 130021, China)

Abstract Bulk viscosity of interacting strange quark matter is calculated in the light of m_s dependent reaction rate of $u + s \longleftrightarrow d + u$, and the extra terms come from the interaction between quarks and thermodynamic consistency are included. We find that the results were larger than previously assumed. The application to the damping time of the interacting strange quark matter shows that although the bulk viscosity becomes larger, the previous conclusion about the observation of the existence of strange stars is unchanged.

Key words strange stars, bulk viscosity, thermodynamic consistency

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10275029)

1) E-mail: lgz@jlu.edu.cn